



CADERNOS DE PRÁTICAS DE ENSINO
DE MATEMÁTICA DA UFABC - VOL.2

BEREMIZ CONTINUA
CALCULANDO:
HISTÓRIAS INSPIRADAS
EM MALBA TAĦAN

Virgínia Cardia Cardoso
(Organização)

Curso de Licenciatura em Matemática
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

**BEREMIZ CONTINUA
CALCULANDO:
HISTÓRIAS INSPIRADAS
EM MALBA TAĦAN**

*CADERNOS DE PRÁTICAS DE ENSINO DE
MATEMÁTICA DA UFABC - Vol. 2*

Organização:
Virgínia Cardia Cardoso

Santo André

2019



Capa: foto de Virgínia Cardia Cardoso

CATALOGAÇÃO NA FONTE
SISTEMA DE BIBLIOTECAS DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

C122 Cadernos de práticas de ensino de matemática da UFABC [recurso eletrônico] - vol.
 2 : Beremiz continua calculando : histórias inspiradas em Malba Tahan /
 Organizado por Virgínia Cardia Cardoso — Santo André, SP : Universidade Federal
 do ABC, 2019.

86 p. : il.

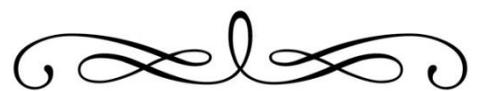
E-book

ISBN: 978-65-5040-030-9

1. Matemática – Estudo e Ensino. 2. Prática de Ensino. 3. Formação de
Professores. 4. Tahan, Malba (Júlio César de Mello e Souza), 1895-1974. 5.
Recreações Matemáticas. I. Cardoso, Virgínia Cardia, org.

CDD 22 ed. – 510.7

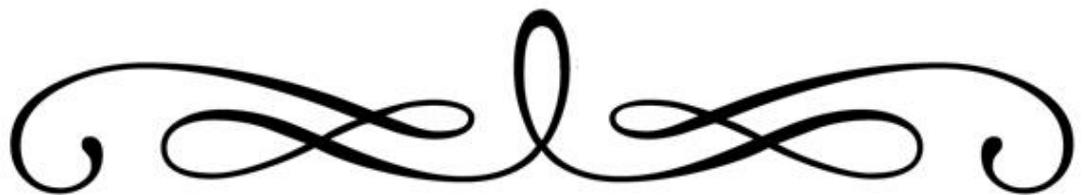
Elaborado por Mariléia Aparecida de Paula – CRB-8/8530



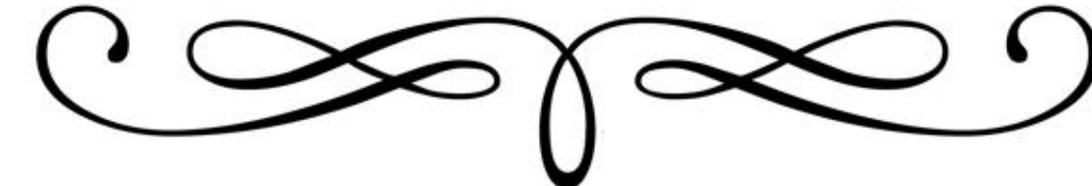
A Malba Tahan

*e a todos que dedicaram
seus esforços a incentivar
o estudo da Matemática
em qualquer tempo.*





AGRADECIMENTOS

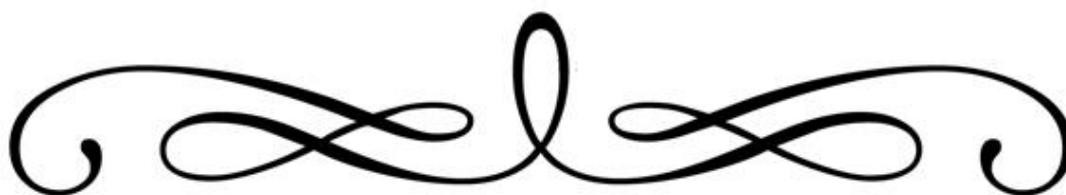


Esta publicação não teria sido possível sem o auxílio de muitos amigos e amigas, que colaboraram com informações importantes, sugestões e incentivos nas diversas etapas do trabalho. São várias as pessoas a quem devemos agradecimento, mas aqui, por uma questão de espaço, indicaremos apenas algumas.

Primeiramente agradecemos aos alunos da turma de Práticas de Ensino de Matemática I/ 2018-2 – autores dos onze capítulos que compõem as novas histórias de Beremiz Samir – que souberam esperar pacientemente pelo resultado de seus esforços. Agradecemos a uma grande amiga – Elaine Konno Rocha – por se dispor a buscar informações sobre as questões legais para a publicação, prestando um grande auxílio administrativo para que uma atividade acadêmica fosse realizada a contento.

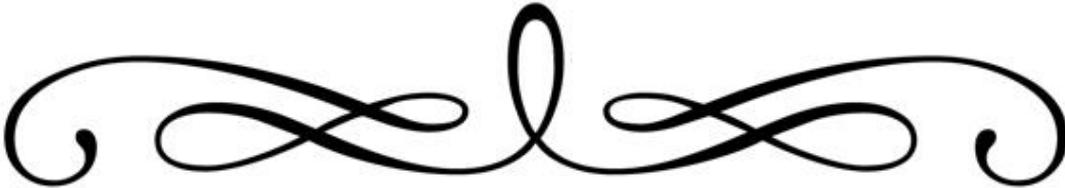
Outra grande amiga – a Prof.^a Dr.^a Cristiane Coppe de Oliveira – foi fundamental para que pudéssemos encontrar um caminho que viabilizasse a publicação, nos colocando em contato com a família de Malba Tahan. Nossa eterna gratidão vai para o Prof. Dr. André de Faria Pereira Neto, neto de Malba Tahan, que teve sensibilidade com o trabalho dos licenciandos e nos incentivou a publicar este resultado.

Para finalizar, queremos agradecer à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática – Prof. Dr. Vinícius Pazuch e Prof. Dr. Francisco José Brabo Bezerra pelo apoio à publicação – e à Maria Thereza pela revisão do texto.

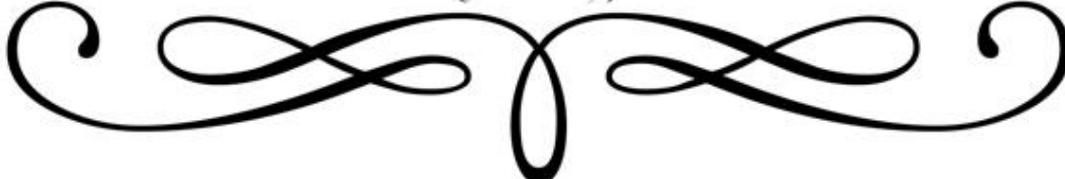


SUMÁRIO

| | Pg. |
|--|------------|
| APRESENTAÇÃO | 7 |
| <i>Prof.^a Dr.^a Virgínia Cardia Cardoso</i> | |
| PREFÁCIO: Por onde anda Beremiz? | 10 |
| <i>Prof. Dr. André de Faria Pereira Neto</i> | |
| CAPÍTULO XXXV: Novos Desafios em Constantinopla | 14 |
| <i>Lukas Valongo Kunieda & Paloma Wietky Garcia</i> | |
| CAPÍTULO XXXVI: Culinária Como uma Arte Matemática | 22 |
| <i>Larissa Cardoso Augusto & Thabata Tecla Provin de Almeida</i> | |
| CAPÍTULO XXXVII: A Sequência Divina | 27 |
| <i>Jonathan dos Santos Costa & Lucas Vinicius Terassi</i> | |
| CAPÍTULO XXXVIII: A Entrada no Templo do Tesouro | 34 |
| <i>Gabriela Isis Tomaz & Tawany Oliveira Santos</i> | |
| CAPÍTULO XXXIX: O Roubo dos Camelos | 40 |
| <i>Vanderlei Vicente de Sousa Júnior & Caique Thomas</i> | |
| CAPÍTULO XL: Acréscimos e Decréscimos | 46 |
| <i>Ismael Rodrigues Cizzoto</i> | |
| CAPÍTULO XLI: A Lenda do Tabuleiro de Xadrez Mutilado | 49 |
| <i>Gabriel de Paula Soares</i> | |
| CAPÍTULO XLII: O Truque das 21 Cartas | 55 |
| <i>Amanda Braga & Gustavo Del Mercato de Angelo</i> | |
| CAPÍTULO XLIII: Beremiz Samir encontra Demóstenes de Sardes | 63 |
| <i>Anderson da Silva Campos & Wesley Cunha de Jesus</i> | |
| CAPÍTULO XLIV: A Herança de Beremiz | 69 |
| <i>Camila Nascimento de Almeida</i> | |
| CAPÍTULO XLV: A Breve Despedida e a Esperança do Reencontro | 76 |
| <i>Felipe Fischernes Dias & Bruno Barbosa de Oliveira</i> | |
| CAPÍTULO XLVI: Malba Tahan – O Calculista Brasileiro | 80 |
| <i>Prof.^a Dr.^a Virgínia Cardia Cardoso</i> | |



APRESENTAÇÃO



Prof.^a Dr.^a Virgínia Cardia Cardoso

Os *Cadernos de Práticas de Ensino de Matemática da UFABC* são publicações organizadas por docentes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do ABC (UFABC) com produções de graduandos, elaboradas em disciplinas e estágios supervisionados do curso que tematizam a formação do professor que ensina Matemática na educação básica. Trata-se de uma série de publicações com conteúdos e formatos variados, mas que objetivam apresentar propostas e provocar discussões sobre a formação inicial do professor que ensina Matemática, em diferentes perspectivas. As publicações são editadas diretamente pelos organizadores das obras e não são comercializadas. A ideia é manter o acesso livre pelos canais de comunicação da universidade, como a página do curso na internet e como conteúdo digital na biblioteca da UFABC, conservando o formato de trabalho acadêmico como característica da série.

Neste segundo volume, apresentamos os textos redigidos por alunos da turma de Práticas de Ensino de Matemática I – Ensino Médio, oferecida no período noturno do 2º quadrimestre de 2018, sob a responsabilidade da Prof.^a Dr.^a Virgínia Cardia Cardoso. Um dos temas discutidos na referida disciplina foi Livros Didáticos e Paradidáticos de Matemática para o ensino médio. Também foram discutidos os livros de “divulgação matemática”, que, similarmente aos livros de “divulgação científica”, são aqueles que se dirigem a um público não especificado, com intenções de tornar os temas matemáticos mais acessíveis ao grande público.

Embora não haja uma definição formal, adaptamos alguns conceitos da divulgação científica para expressar nosso entendimento sobre o que seja um “livro de divulgação matemática”: é um livro que tem intenções didáticas, mas não se prende ao rigor curricular, nem necessita apresentar um conteúdo de forma didática. É escrito para o público geral, sem especificidades de idade ou nível escolar. Tem a função de divulgar a Ciência (Matemática) para leigos e formar novos interessados nos avanços científicos (matemáticos).

Assim, uma das tarefas dos alunos da disciplina foi ler um dos mais interessantes e conhecidos livros de divulgação matemática: *O Homem que Calculava*, escrito por Malba Tahan, em 1938. Esta obra é recreativa, já teve tradução para várias línguas e atualmente ainda é publicada. O autor – Malba Tahan – possui mais de uma centena de obras: livros didáticos, livros literários, artigos de revistas especializadas, jornais diários e outros tipos de publicações. Além disso, o autor foi uma figura importante para o desenvolvimento da arte de ensinar Matemática no Brasil.

Apesar do livro citado ser uma obra bastante importante no meio educacional, poucos dos alunos da disciplina já tinham ouvido falar dele, e nenhum deles já o havia lido. Felizmente tiveram a oportunidade de ler esta obra, conhecendo as histórias de Beremiz Samir narradas por Hank Tade-Maiá, e que deveria ser, em nossa opinião, leitura obrigatória para todos os licenciandos em Matemática.

Após a leitura, foi proposta a seguinte atividade: o livro escrito por Malba Tahan tem 34 capítulos. Os graduandos teriam, então, que escrever um capítulo em continuidade à história de Beremiz Samir, com o mesmo cenário, contexto e personagens criados por Tahan, mas com uma aventura diferente. Além disso, a história deveria ter pelo menos um problema matemático que pudesse ser compreendido por um aluno do ensino médio.

Os graduandos sentiram vários tipos de dificuldades, mas abraçaram a proposta e conseguiram entregar textos bastante interessantes. Foi solicitado que escrevessem seus capítulos em duplas, mas alguns alunos preferiram escrever sozinhos. Cada grupo escreveu seu capítulo sem conhecer os capítulos escritos pelos colegas. Apenas seguiram a proposta que era a de escrever um capítulo posterior ao capítulo 34 de *O Homem que Calculava*. Após a entrega do material, a professora da disciplina realizou as correções necessárias e fez algumas pequenas intervenções em cada capítulo para que fosse dada a impressão de que um capítulo era a continuidade de outro. As intervenções não chegaram a mudar, de forma significativa, as histórias apresentadas nos textos dos alunos.

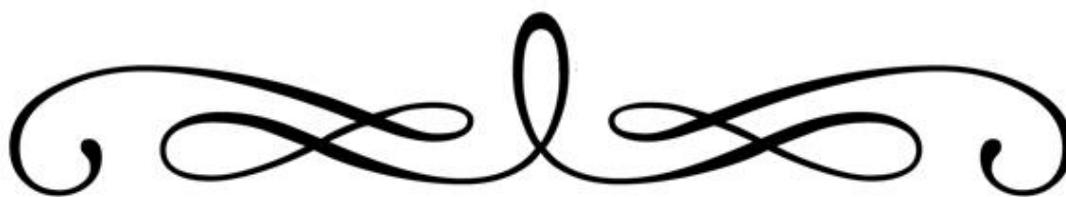
Os capítulos escritos pelos alunos da disciplina foram reunidos então, como uma continuidade d'*O Homem que Calculava*, de Malba Tahan. É por esse motivo que começamos com o capítulo 35. Assim, o leitor conhecerá, ao longo de onze capítulos, as novas aventuras vividas por Beremiz Samir, sua esposa Telassim, seus filhos e seu amigo Hank Tade-Maiá – que continua a ser o narrador das histórias –, após a mudança de todos para Constantinopla, criadas na imaginação dos alunos da disciplina de Práticas de Ensino de Matemática I. Foi acrescentado um décimo segundo capítulo no qual será possível conhecer um pouco mais sobre o autor – Malba Tahan – do livro que nos serviu de inspiração.

Com a obra quase pronta, eis que surge uma dificuldade. Como pretendíamos tornar público o resultado desta atividade acadêmica, esbarramos em uma questão legal relativa aos direitos autorais. A obra de Malba Tahan ainda é protegida pela lei brasileira de direitos autorais e precisávamos da autorização dos membros da família para a divulgação pretendida. Aí entra em cena o Prof. Dr. André de Freitas Pereira Neto – neto de Malba Tahan –, que não só nos apoiou e incentivou a levar adiante o projeto, como também se dispôs a escrever um prefácio para esta publicação. Desta forma, ganhamos uma inesperada contribuição, que agrega conhecimento e incentivo à formação dos futuros professores de Matemática.

Com esta publicação pretendemos, antes de tudo, que essa leitura inspire o leitor a conhecer o livro original – *O Homem que Calculava*, escrito por Malba Tahan – além de outras de suas mais de 100 obras. Pretendemos, também, que os alunos - autores sintam-se incentivados a seguir em frente com suas formações, buscando sempre se aprimorar, e sejam, a seu tempo, professores inspirados e inspiradores como Malba Tahan foi. Ousamos pretender que cada vez mais possamos contar com jovens corajosos e criativos em nossos cursos de licenciatura. Jovens que não desistem diante das dificuldades da profissão – elas sempre são muitas – mas, como vimos, são enfrentáveis. Como diria Beremiz Samir:

*MAKTUB!*¹

¹ Expressão árabe que significa “estava escrito!”



PREFÁCIO

Por onde anda Beremiz?



Prof. Dr. André de Faria Pereira Neto²

Beremiz é o personagem principal da obra de Malba Tahan. Beremiz é o Homem que Calculava!³ Este personagem é descrito pelo autor como alguém com “... gênio alegre e comunicativo, muito moço ainda, dotado de inteligência extremamente viva e notável aptidão para a ciência dos números”.

Malba Tahan foi pseudônimo que meu avô – Júlio Cesar de Mello e Souza – construiu para si. Na entrevista que deu a Museu da Imagem do Som⁴, um ano antes de nos deixar, foi perguntado de onde ele havia tirado este nome e esta ideia. Foi quando ele contou a história do “Chumbo em Cima”. A história é a seguinte:

O jovem Júlio, com vinte e poucos anos, buscava obter visibilidade profissional trabalhando em “O Imparcial” - um dos jornais da Cidade do Rio de Janeiro. Certo dia, ele havia escrito um conto que foi assinado com as iniciais de seu nome completo – JCML. Júlio deixou sobre a mesa do editor esperando sua avaliação e possível publicação. Alguns dias se passaram e o editor não revelou qualquer interesse em publicar este conto. Durante vários dias o conto permaneceu na mesa do editor com as linhas de linotipo de

² O Prof. Dr. André de Faria Pereira Neto é docente da Fundação Oswaldo Cruz (RJ) e é neto de Júlio Cesar de Mello e Souza.

³ A ideia da centralidade de Beremiz na obra de Malba Tahan e seu significado nos foram apresentadas, há muitos anos, em uma conferência proferida pelo professor Ubiratan D’Ambrósio, genial educador matemático, estudioso da obra de Malba Tahan. (<http://ubiratan.mat.br/>).

⁴ Esta entrevista está disponível em <https://www.malbatahan.com.br/audiovisuais/audios/>.

chumbo, utilizadas nas gráficas daquela época, em cima. Dias depois, sem que ninguém percebesse, substituiu a assinatura do conto por um nome fictício escrito em inglês, que ele inventou na hora. Com esta modificação foi até editor. Na oportunidade, destacou que se tratava de um conto de um autor estrangeiro. A surpresa veio no dia seguinte. Júlio constatou que o mesmo conto que havia sido desprezado com “Chumbo em Cima”, agora, com autoria estrangeira, ocupava a primeira página do jornal. Foi aí que constatou que para obter sucesso como escritor deveria utilizar um nome estrangeiro. Esta constatação levou meu avô a se perguntar: Utilizarei um nome estrangeiro para escrever sobre o que? Para ele a solução mais fácil era a Matemática. Ele admitiu que as disciplinas científicas como a Física, Biologia e Química carecem de laboratório. Para ele as disciplinas humanas e sociais como a Geografia, História e os idiomas mudam frequentemente e carecem de constante atualização. Por isso escolheu a Matemática! E que nome estrangeiro deveria escolher? Meu avô se virou para a repórter que o entrevistava e perguntou: “Qual foi povo que se notabilizou pela Matemática?” A resposta foi imediata: O povo árabe.

Foi então que meu avô construiu uma identidade para Malba Tahan. A Mistificação Literária que construiu de *Ali Iezid Izz-Edim ibn Salim Hank Malba Tahan* foi tão completa que convenceu milhares de pessoas, durante muitos anos, que este autor teria realmente existido⁵. Para mim ele continuou sendo *vovô Júlio* de sempre.

Meu avô construiu diferentes biografias para Malba Tahan. Em “Contos de Malba Tahan”, publicado em 1925, por exemplo, o autor se chamaria *Hank Malba Tahan*. Consta que ele era um famoso escritor árabe, filho do rico muçulmano Salin Malba Tahan, que nasceu na cidade de Meca, quando sua família ali se achava em peregrinação. /.../ Morreu em combate (julho de 1921), nos arredores de El-Riad, lutando pela liberdade de uma pequena tribo da Arábia Central. No livro “Lendas do Deserto”, publicado em 1929, o autor se chamaria *Ali Yezid Ibn-Abul Izz-Eddin Ibn-Salin Malba Tahan*. Consta desta vez que seria descendente de uma tradicional família muçulmana que nasceu no dia 6 de Maio de 1885 na aldeia Muzalit, nas proximidades da antiga cidade de Meca.

Seja como for, o que nos parece mais surpreendente é o fato de Malba Tahan descrever a geografia, a cultura e atmosfera muçulmanas sem nunca ter visitado o mundo

⁵ Para maiores detalhes sobre este tema consultar: SIQUEIRA FILHO, Moyses Gonçalves. *Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan: episódios do nascimento e manutenção de um autor-personagem*. 2008. 258p. Tese (doutorado) - UNICAMP, Faculdade de Educação, Campinas, SP. http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/251844/1/SiqueiraFilho_MoyesGoncalves_D.pdf

árabe e sem contar com o apoio das novas tecnologias de comunicação e informação que nos fazem viajar sem sair do lugar. Ele funde estas descrições com desafios e curiosidades matemáticas que tornam os contos ainda mais lúdicos e interessantes. Nestes contos o personagem principal é Beremiz.

Meu avô deu destaque a um homem simples, que não frequentou a universidade e não tem título de Doutor. Um homem do povo, mas que faz cálculos com uma rapidez muito grande. Um peregrino, que anda pelo deserto e se defronta permanentemente com desafios matemáticos que estão presentes na vida humana e que promovem muitas vezes disputas políticas e familiares.

A mais famosa disputa familiar descrita pelo autor talvez seja aquela que envolveu 35 camelos⁶. Trata-se de uma briga por uma herança, tão comum nos dias de hoje, entre muitas famílias no mundo todo. Neste caso, o pai havia deixado 35 camelos de herança para dividir entre três filhos obedecendo a seguinte ordem: a metade para um, a terça parte para outro e a nona parte para o último. O problema é que 35 não é divisível por 2, 3 ou 9. Diante deste problema Beremiz, com a serenidade dos sábios, propõe uma solução conciliatória: Empréstimo seu camelo para os herdeiros. Assim constituiu-se um conjunto composto por 36 camelos. Este número é divisível por 2, 3 e 9. Assim o primeiro ficou com 18, o segundo com 12 e o terceiro com 4 camelos. A soma destes valores é 34. Sobraram, então, 2 camelos: um é devolvido a Beremiz e o outro ele admite que “toca por direito a mim por ter resolvido o complicado problema”. Ele mesmo admite que iria se encarregar de “fazer com justiça esta divisão”.

O personagem construído por meu avô para desempenhar o papel principal em sua obra era um homem do povo, com precária escolaridade. Ele fazia seu cálculo amparado pelo princípio de justiça. Para Santos (2016)⁷ Beremiz busca resolver os desafios matemáticos com lógica e sem fórmulas decoradas, utilizando elementos do cotidiano para realizar seus desafios apresentados na sua jornada aventureira.

Por onde anda Beremiz? Ele anda nos sinais das grandes cidades vendendo refrigerantes e fazendo contas rapidamente, com os trocados que tem nas mãos, enquanto o sinal não abre. Ele anda nas feiras livres fazendo cálculos com pesos e medidas. Ele também anda por lugares onde meu avô nunca foi como a França, Alemanha e os Estados Unidos. Nestes países Beremiz encanta crianças, jovens e adultos! Encontrei em viagem

⁶ Este vídeo apresenta este problema <https://www.youtube.com/watch?v=M4CvnsO5YD4>

⁷ SANTOS, Alexandro F. Malba Tahan: História de Vida e Contribuições ao ensino da Matemática. Monografia. Licenciatura em Matemática. Centro de Ensino Superior do Seridó - Caicó – UFRN. 2016.

a Montevidéu, em um totem de um supermercado, uma edição do Homem que Calculava, em Espanhol. Beremiz está sendo consumido junto com os vinhos dos pampas!

Por onde anda Beremiz? Quarenta e cinco anos depois do falecimento de meu avô, sua obra e seu ator principal continuam motivando a realização de Teses, Dissertações e trabalhos de conclusão de curso. A Lei 12.835/2013 instituiu o dia 6 de maio como Dia Nacional da Matemática em homenagem ao meu avô, que nasceu nesta data⁸. Beremiz e Malba Tahan estão *dormindo* no acervo do “Centro de Memória da Educação da Unicamp”⁹, aguardando que algum pesquisador lhe dê vida! Ele anda no número especial da “Revista de Educação Matemática”, Regional São Paulo, onde constam 14 artigos sobre a vida e a obra de Malba Tahan¹⁰. Beremiz continua sendo estudado por pesquisadores que fazem dele seu objeto de estudo e produção de conhecimento¹¹.

Por onde anda Beremiz?

Agora acabo de saber que a professora Virgínia Cardoso, da disciplina de Práticas de Ensino de Matemática da Universidade Federal do ABC, em Santo André (SP), está querendo dar vida a Beremiz com os futuros professores de Matemática. O que dizer desta iniciativa? Respondo o que Beremiz e Malba Tahan responderiam:

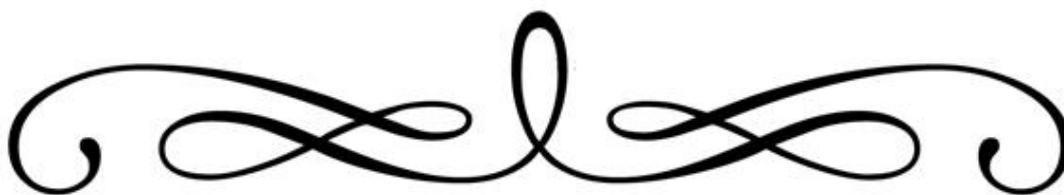
Que Allah os proteja!

⁸ <https://www.youtube.com/watch?v=gSGvS-vwaSI>

⁹ <https://www.malbatahan.com.br/centro-de-memoria-da-educacao-feunicamp/>

¹⁰ <http://revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/issue/view/9/showToc>

¹¹ No ícone *sobre o autor* constam dissertações, teses e trabalhos de conclusão de curso sobre a vida e a obra de Malba Tahan. <https://www.malbatahan.com.br/sobre-o-autor>



CAPÍTULO XXXV
NOVOS DESAFIOS EM CONSTANTINOPLA

Lukas Valongo Kunieda
Paloma Wietky Garcia

Neste capítulo Beremiz Samir, o Homem que Calculava, conta a história de sua nova vida em Constantinopla e como resolveu o problema dos reis Salim-Said e Caled-Mohammad que queriam construir uma ponte para fortalecer os laços comerciais.

Após deixar Bagdá, Beremiz juntamente com sua esposa Telassim e seus três filhos, foram para a cidade de Constantinopla, onde conseguiram um lugar afastado do centro da cidade para morar. Se estabeleceram e Beremiz começou a ensinar seus filhos a cultivarem grãos, a cuidar dos animais e da casa e, principalmente, ensinar Matemática e sua história.

Todo dia de manhã Beremiz ia ao centro da cidade com o seu filho mais velho Kalil vender os grãos colhidos da sua safra. Com o tempo, Beremiz passou a conhecer os comerciantes locais e, devido ao seu conhecimento matemático, ajudou diversas pessoas em negociações de dívidas. Em pouco tempo, passou a ser conhecido por toda a cidade.

Em uma tarde, Beremiz ajudou Habib-Faruk, secretário do rei, a resolver um problema. Como agradecimento, Habib falou de Beremiz para o rei, sobre as realizações do matemático, deixando-o impressionado. Assim, o rei convidou Beremiz para cuidar das finanças do país. Beremiz, com agradecimento e respeito, aceitou o cargo e passou a trabalhar todos os dias para o rei. Na parte da manhã resolvia problemas da coroa e à tarde participava de audiências com o rei.

Em uma primavera, resolvi visitar Beremiz e sua família. Eles me receberam muito bem e nos atualizamos sobre o que estávamos fazendo. Fiquei muito feliz em saber que Beremiz estava ajudando o rei com as questões do reino e ele me chamou para ir trabalhar com ele no próximo dia, para lembrarmos os velhos tempos em Bagdá. Aceitei o convite na hora, pois estava com saudade de presenciar o meu grande amigo a resolver, com o uso da Matemática e seu raciocínio, os intrincados problemas do reino.

Acordamos cedo e acompanhei meu amigo cuidando do dinheiro do reino. Após o dia de trabalho, Beremiz me levou ao centro da cidade para conhecer algumas pessoas e para comprar algumas frutas que sua esposa pediu.

Neste instante um vizir chamado Khalil-Naim, amigo de Habib-Faruk, o secretário do rei, presenteia Beremiz com um enorme bolo de chocolate com especiarias persas, com grande admiração pela sua maneira rápida e clara de responder às incógnitas que pairavam sobre a população da Cidade de Constantinopla. Beremiz agradeceu pelo presente e começaram a falar como conheceram o secretário Habib. Khalil-Naim, sabendo da fama de Beremiz na resolução de problemas, pediu sua ajuda, pois estava com dificuldade em representar a sua fortuna de forma que todos os habitantes pudessem entender quão grande eram suas riquezas. Devido ao horário Beremiz diz:

– Ó vizir Khalil-Naim, agradeço pela confiança e com certeza irei ajudá-lo, pois, seu problema é muito interessante e adoraria ajudar amigos do secretário Habib-Faruk, porém, está tarde e preciso levar as frutas para os meus filhos comerem. Podemos nos encontrar amanhã ou outro dia em que preferir.

– Desculpe-me Grande Beremiz, mas não tinha percebido o horário. Claro, podemos nos encontrar em outro dia para conversarmos. Agradeço pela atenção – disse o vizir Khalil-Naim.

Após saber onde Beremiz morava, Khalil-Naim foi pessoalmente procurá-lo na Aldeia Niceia. Não foi difícil, uma vez que todos já o conheciam devido a seus outros feitos inéditos. Após chegar à aldeia e perguntar para alguns habitantes onde Beremiz morava, finalmente o encontrou. O vizir abordou o calculista persa:

– Boa tarde Beremiz, nos encontramos semana passada e queria compartilhar convosco um problema que me desafia há muito tempo e que não consigo resolver! Espero que consiga resolvê-lo através da sua habilidade com números. Como vocês sabem, sou herdeiro de uma fortuna de 1.073.741.824 moedas de ouro. Estive pensando em como irei representá-la de forma que toda a população saiba quão rico sou perante a eles!

– Quantas? Não consigo nem imaginar essa quantidade de moedas! Mas posso pensar no seu caso... Mas qual seria minha recompensa, caso conseguisse resolver seu problema?

Após alguns segundos pensando como recompensaria o calculista, Khalil-Naim respondeu:

– O recompensarei com o equivalente a um mês de trabalho de um cidadão da minha aldeia. Você acha digno?

– E quanto eles conseguem juntar mensalmente? Beremiz retrucou de prontidão.

– Eles juntam o equivalente a 2 moedas de ouro a cada mês que trabalham! Acho justo 2 moedas, porque você fará esse trabalho em menos de um mês! Resmungou Khalil-Naim.

Após pensar um pouco, o calculista não se conformou em receber somente 2 moedas. Achou até, de certa forma, ofensivo, pois Khalil-Naim foi até sua cidade procurá-lo para resolver um problema que até hoje não conseguiu resolver. Decidiu então, cobrar o equivalente a 6 meses de um cidadão da Aldeia de Niceia.

– Veja bem, você está há muito tempo tentando descobrir como representar suas moedas em relação a um mês de trabalho de um cidadão de sua aldeia. Nada mais justo do que receber 12 moedas por um trabalho que ninguém conseguiu fazer para o senhor, Khalil-Naim!

– Tá bem, tá bem! Mas agora me explique de qual maneira você faria isso? Há alguma forma de representar minha fortuna em relação ao número 2?

– Sim, basta utilizar o conceito de potenciação! Dessa maneira você consegue representar números muito altos de maneira simples – disse Beremiz.

Fiquei impressionado como chegou a uma conclusão tão rápido.

– Potenciação? Nunca tinha ouvido falar. O que seria isso? Algum tipo de coisa que você inventou? Nessa hora o vizir Khalil-Naim estava encabulado por não ter a mínima ideia do que o calculista estava falando. Como isso seria possível?

– Não, eu só faço o uso dessa ferramenta matemática. Esse teorema existe desde a época de antes de Cristo! Gargalhou suavemente Beremiz.

– Já ouviu falar em Arquimedes, vizir Khalil-Naim?

A essas horas, Khalil-Naim já estava impaciente e nervoso, pois sentia que estava sendo debochado pelo calculista. Beremiz então resolveu mostrar de maneira prática o conceito de potenciação, pois assim ficaria mais fácil visualizar. Para isso dispôs gravetos no chão, e começou a explicar para o vizir Khalil-Naim:

– Está vendo esses gravetos? Primeiro você tem apenas um graveto, depois ele se ramifica em dois, e depois cada ramificação se divide em mais dois. Ao final, perceba que você tem 4 gravetos.

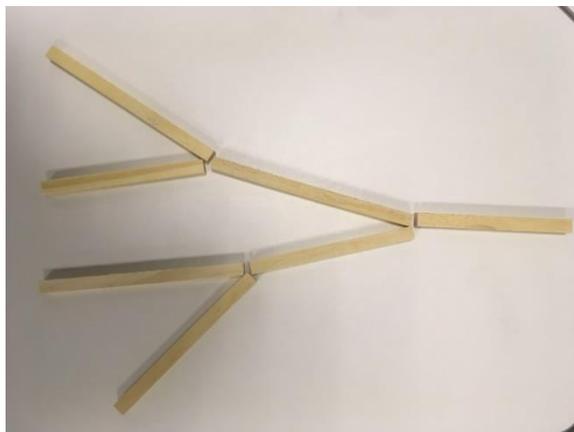


Figura 1: Ramos de um graveto para explicar a potenciação.
Fonte: Próprios Autores.

Mesmo com a demonstração prática de Beremiz, um ar de mistério permaneceu sobre os pensamentos do vizir Khalil-Naim. Percebendo isso, Beremiz pegou um papel e escreveu:

$$a^n = a.a.a.....a$$

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2.2 = 4$$

$$2^3 = 2.2.2 = 8$$

Após essa nova explicação, tanto eu como o vizir Khalil-Naim entendemos como o conceito de potenciação e como Beremiz pretendia resolver o problema da fortuna. Continuando os seus cálculos:

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1.024$$

$$2^{11} = 2.048$$

$$2^{12} = 4.096$$

$$2^{13} = 8.192$$

$$2^{14} = 16.384$$

$$2^{15} = 32.768$$

$$2^{16} = 65.536$$

$$2^{17} = 131.072$$

$$2^{18} = 262.144$$

$$2^{19} = 524.288$$

$$2^{20} = 1.048.576$$

$$2^{21} = 2.097.152$$

$$2^{22} = 4.194.304$$

$$2^{23} = 8.388.608$$

$$2^{24} = 16.777.216$$

$$2^{25} = 33.554.432$$

$$2^{26} = 67.108.864$$

$$2^{27} = 13.4217.728$$

$$2^{28} = 268.435.456$$

$$2^{29} = 536.870.912$$

$$2^{30} = \mathbf{1.073.741.824}$$

– Como pode ver vizir Khalil-Naim, temos que a representação da sua fortuna é dada por 2^{30} , disse Beremiz.

Khalil-Naim, satisfeito com a explicação e solução de Beremiz, pagou as 12 moedas e disse:

– Informarei a todos que conheço sobre a sua habilidade com números e como me ajudou a resolver meu problema.

Após a repercussão da resolução do problema da fortuna do Khalil-Naim, Beremiz voltou a cuidar dos orçamentos e problemas do reino. Um dia encontrou o seu rei bem agitado e perguntou:

– Ó meu rei, o que está te preocupando?

– Hoje cedo recebi um mensageiro da cidade de Calcedônia dizendo que seu rei Caled-Mohammad irá nos visitar em uma semana para trazer uma proposta que beneficiará ambos – disse o rei de Beremiz.

– Meu rei, o mensageiro não disse qual seria a proposta?

– Não disse.

Assim, uma semana depois, o rei Caled-Mohammad chegou a Constantinopla, conforme informado pelo mensageiro. Beremiz, juntamente com o seu rei, o receberam em uma audiência.

– Seja bem-vindo, rei Caled-Mohammad. Como foi a viagem? – Disse o rei de Beremiz.

– Bem, obrigado, rei Salim-Said. Agradeço pela hospitalidade e pela audiência. A viagem foi cansativa mas ocorreu conforme planejado. Pedi esse encontro, pois gostaria de tratar sobre negócios comerciais que trariam lucro para ambos. Vocês, de Constantinopla, possuem grande variedade de grãos. Já nós, de Calcedônia, temos variedade de carnes. Juntamente com as outras cidades que fazem fronteira com Calcedônia, verificamos que seria vantajoso fazer negócios com Constantinopla.

– Muito bem. Sua proposta despertou interesse, rei Caled-Mohammad. Por favor, continue.

– Como estava falando, analisamos como seria possível fazer a transação comercial entre produtos e há duas opções. Primeira, podemos fazer via marítima, através de embarcações. Porém, levar animais em barcos seria complicado e oneroso. A segunda proposta seria transportar os produtos via terrestre. Porém, há um rio entre nossas cidades

e seria necessário construir uma ponte. O problema é que não sabemos qual a largura do rio – disse o rei Caled-Mohammad.

– Compreendo. A primeira proposta para Constantinopla não é viável, pois nossa frota de barcos é pequena e não atenderia a demanda. Já a segunda é viável, pois temos diversos veículos para transportar nossos grãos. Porém, como o senhor disse, precisaríamos construir uma ponte e não sei como faríamos para construí-la – disse o rei Salim-Said.

Beremiz ao ouvir toda a conversa se pronunciou:

– Meu rei, tenho uma ideia para construir a ponte que irá interligar Constantinopla com Calcedónia, mas antes de dizer minha ideia gostaria de olhar o mapa – disse Beremiz.

– Muito bem Beremiz. Por favor, tragam um mapa – disse o rei Salim-Said.

Um empregado entregou um mapa para Beremiz que começou a avaliar a geografia e noções do tamanho do rio.



Figura 2: Mapa de Constantinopla.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Constantinople_area_map-pt.svg

Olhando o mapa, Beremiz verificou que o rio não possuía uma largura muito extensa e que seria possível calcular o tamanho da ponte através de semelhanças de triângulo. Então falou:

– Tenho uma solução para o problema do comprimento da ponte – disse Beremiz.

– E qual seria essa solução, Beremiz? – Perguntaram os reis.

– Podemos utilizar o Teorema de Tales, chamado assim em homenagem ao célebre matemático grego, Tales de Mileto, que usou seus conhecimentos sobre geometria e proporcionalidade para determinar a altura de uma pirâmide egípcia – disse Beremiz todo alegre.

Os reis, impressionados e curiosos com o que Beremiz contou, perguntaram:

– Como Tales conseguiu medir a altura de uma pirâmide?

– Tales observou que os raios solares que chegavam à Terra estavam na posição inclinada e poderiam ser considerados paralelos. Dessa forma, ele concluiu que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura dos objetos. Assim, conseguiu medir a altura de uma pirâmide com base no tamanho da sua sombra. Para isso, ele fincou uma estaca na areia, mediu as sombras respectivas da pirâmide e da estaca em uma determinada hora do dia e estabeleceu a proporção entre elas achando a altura da pirâmide, como:

$$\frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{sombra da pirâmide}} = \frac{\text{altura da estaca}}{\text{sombra da estaca}}$$

– Mas como a altura da pirâmide, implica em descobrir o tamanho da nossa ponte?

– perguntaram os reis.

– Muito simples. Aplicaremos o mesmo conceito de proporcionalidade no nosso problema – disse Beremiz.

Para explicar melhor, pegou um pedaço de papel e desenhou o rio com os conceitos matemático de Tales.

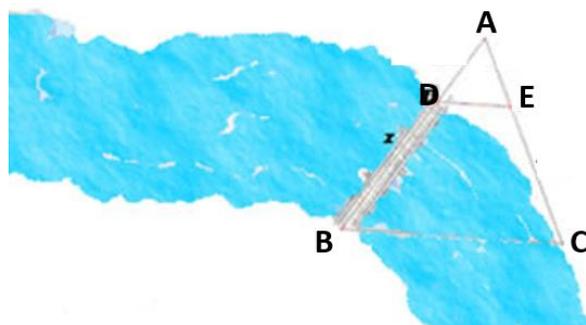


Figura 3: Esquema da solução do comprimento da ponte.

Fonte: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/aplicacoes-teorema-tales.htm>

– Conforme desenhei, basta fixarmos os pontos A, B, C, D e E ao longo das margens, conforme a figura e sabermos quanto mede as distâncias AD, AE e EC. Com essas medidas conseguiremos encontrar a largura do rio, que equivale à distância entre os pontos B e D – disse Beremiz.

Os reis impressionados pediram aos seus súditos que obtivessem as medidas imediatamente e marcaram uma audiência em três dias para saber o tamanho da ponte. Assim no dia marcado, se encontraram novamente e entregaram os valores para Beremiz.

Beremiz pegou os seguintes valores: AD = 20 m, AE = 16 m e EC = 28 m. Assim, Beremiz utilizou a regra de Tales para encontrar o comprimento do rio, obtendo o seguinte valor:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{20}{X} = \frac{16}{28}$$

$$16 \cdot X = 20 \cdot 28$$

$$16 \cdot X = 560$$

$$X = \frac{560}{16}$$

$$X = 35 \text{ m}$$

Após as contas Beremiz se pronunciou:

– Meus caros reis, a ponte precisa ter um comprimento de 35 m.

Os reis, impressionados, agradecerem Beremiz e, como gratidão, lhe deram 3 camelos, um para cada um dos filhos de Beremiz e mais 50 kg de grãos. Beremiz agradeceu pela oferta e os reis se organizaram para começar a construir imediatamente a ponte.

Referências:

Aplicações do Teorema de Tales. Disponível em: <<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/aplicacoes-teorema-tales.htm>>. Acesso em: 25 jul. 2018, 21:10:00.

NÓE, M. **Teorema de Tales.** Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/teorema-tales.htm>>. Acesso em: 25 jul. 2018, 20:35:00.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava.** Rio de Janeiro: Ed. Record, 2001.



CAPÍTULO XXXVI
CULINÁRIA COMO UMA ARTE MATEMÁTICA

Larissa Cardoso Augusto
Thabata Tecla Provin de Almeida

A comemoração de uma longa amizade no tradicional restaurante SMAK e a intrigante problemática do preparo da refeição mais requisitada.

Fazia 10 anos que eu me deparara com um viajante modesto e sábio que se tornaria um grande amigo e o mais respeitado pelos *Sheiks* de Bagdá. Beremiz, com sua bela esposa Telassim e seus 3 filhos, viviam felizes em Constantinopla, com as riquezas e presentes que recebiam dos admiradores daquela região.

Era costume nos encontrarmos a cada 2 ciclos da Lua para celebrarmos nossa amizade, lembrarmos das aventuras vividas e de como fomos agraciados por esta união. O restaurante que Telassim gostava era o *SMAK* (tradução literal do árabe para “peixe”) onde preparam deliciosos peixes na chapa de ferro, acompanhados de deliciosos pães sírios assados em forno de barro. Na entrada do local estava à espera Caffarena, antigo Chef da culinária árabe. Refugiado de Bagdá após o massacre de 1258, instalou-se em Constantinopla para recomeçar a vida do zero, com sua arte de preparar pratos típicos maravilhosos.

– *Salaam Aleikum!* – frase árabe clássica de saudação, significando “A paz esteja contigo”. – Olha a quem devo a honra de recepcionar! O homem agraciado com o dom dos cálculos! Exclamou Caffarena.

– Como vai meu velho amigo! Hoje é uma data muito especial, faz uma década que eu e meu amigo temos a companhia um do outro. Queremos seu melhor banquete. Dizia o Homem que Calculava, com uma expressão generosa em sua face.

Enquanto relembávamos a história, considerada heroica para seus filhos, de como Beremiz pediu a mão de Telassim num incrível desafio lógico julgado impossível para os *sheiks* e califas, escutamos vozes exaltadas a quatro mesas de distância de onde nos

situávamos. Um homem esguio, de aparência jovem, vestido com uma calça que se ajustava firmemente às pernas e com uma túnica de cor marfim, protestava: – Quero minhas moedas de volta! Não pagarei por uma comida fajuta, falsa árabe!

– Mas senhor, o prato veio como pediste! *Smak* ao ponto! Disse um humilde servo de Caffarena, recolhendo a pedra com o peixe, mal tocado pelo cliente.

– Por *Allah!* A quem queres enganar? Um verdadeiro persa sabe o ponto exato de um prato de *smak*. São os exatos nove minutos na chapa quente. E este prato adivinho que tenha por volta de onze minutos de preparo.

Caffarena dirigiu-se prontamente ao Persa para explicar o ocorrido:

– Peço desculpas pelo ocorrido, senhor. Entendo sua insatisfação. Sou de Bagdá e há gerações minha família prepara um perfeito *smak*. Porém, estamos com um problema na minha cozinha e estamos sem nossa ampolheta de nove minutos, nos restando apenas uma de sete minutos e outra de quatro minutos. Portanto, o preparo foi ao total de onze minutos, como bem mencionado pelo senhor e seu excelente paladar.

– E acha que podes oferecer uma refeição desta, sem ao menos mencionar o problema aos seus clientes? Quero minhas moedas pra já! Exigia o jovem persa.

Neste mesmo momento, Beremiz se deparou com um problema a ser solucionado: ajudar o *Chef* a utilizar duas ampolhetas que marcavam tempos diferentes do desejado para atingir o ponto exato de uma refeição *smak*, para que, assim mudasse a percepção do cliente em relação ao restaurante.

– *Salaam Aleikum!* Vejo que estamos com um problema matemático, de simples e de rápida solução, dizia calmamente o Homem que Calculava.

– Eis que lhe apresento Beremiz, o homem calculista mais sábio que o Oriente Médio inteiro jamais viu! Bradou Caffarena. – Ajude-nos e tu e tua família receberão um banquete completo.

Então o persa, com a voz serena, disse: – Prove-me que faz mágica com estas ampolhetas e eu te presentarei, como agradecimento, com um tapete trançado a mil fios de ouro para que coloques na entrada de sua casa.

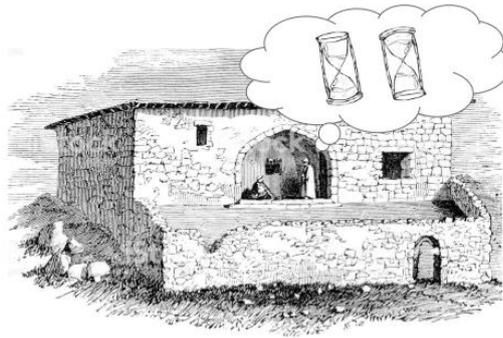


Figura 1: Restaurante *Smak*

Fonte: <https://www.istockphoto.com/br/vetor/tradicional-casa-árabe-gm879814206-245194783>. Com modificações realizadas pelas autoras do texto.

– Meu jovem, não faço mágica, apenas Matemática. Sorriu solenemente.

Passado um tempo, o servo dirigiu-se à mesa do persa com uma nova pedra com *smak*. Ficamos esperando a avaliação do destemido e com indescritível paladar do jovem.

– *Mashallah*¹²!!! Nada como degustar um belo *smak*! Disse satisfeito. – Mas como executou tal proeza?

Beremiz, feliz por ver a reação de felicidade do persa, que outrora nem esboçava um sorriso sequer, começou a explicar sucintamente.

A areia correndo ao seu favor

– Para começar, vamos chamar a ampulheta de 4 minutos da letra *Kaf* e a de 7 minutos de *Iam*. Vire as duas ampulhetas, de modo que comecem a contar o tempo do zero, e coloque o *smak* na chapa. Quando a areia da ampulheta *Kaf* tiver acabado de descer, vire-a imediatamente.

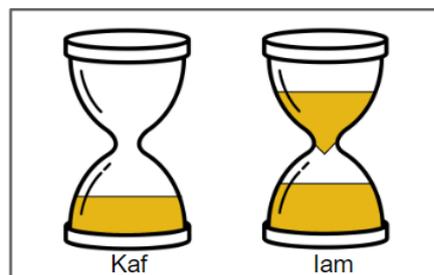


Figura 2: Ampulheta *Kaf* finalizado os 4 minutos e *Iam* restando 3 minutos.

Fonte: <http://www.ultracoloringpages.com/pt/p/ampulheta-desenho-para-colorir/c8c7c810df0a05f30dea39b9798fdaff>. Alterações realizadas pelas autoras

¹² Expressão de admiração.

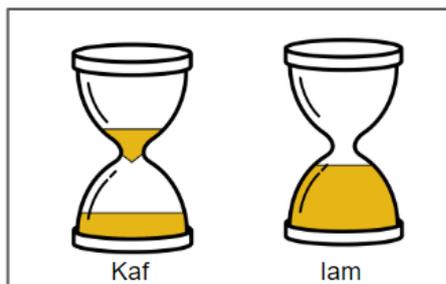


Figura 3: Ampulheta *Kaf* restando 1 minuto e *Iam* finalizado os 7 minutos.

Fonte: <http://www.ultracoloringpages.com/pt/p/ampulheta-desenho-para-colorir/c8c7c810df0a05f30dea39b9798fdaff>. Alterações realizadas pelas autoras

- Quando o mesmo acontecer com a ampulheta *Iam*, vire-a imediatamente também.
- Um minuto depois, a areia da ampulheta *Kaf* irá acabar de descer novamente.

Neste momento, vire imediatamente a ampulheta de 7 minutos.

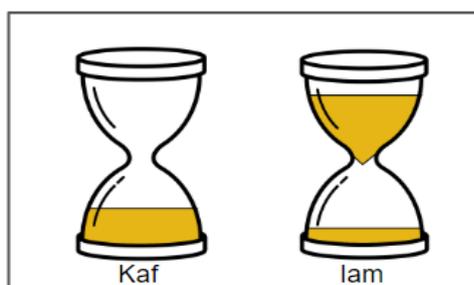


Figura 4: Ampulheta *Kaf* finalizado os 4 minutos e *Iam* restando 1 minuto.

Fonte: <http://www.ultracoloringpages.com/pt/p/ampulheta-desenho-para-colorir/c8c7c810df0a05f30dea39b9798fdaff>. Alterações realizadas pelas autoras

– Assim, a ampulheta *Iam* terá contado apenas 1 minuto antes de ser virada, e agora só terá areia suficiente para contar mais 1 minuto. Quando a areia da ampulheta da *Iam* parar de descer, os 9 minutos terão passado, e o delicioso *smak* estará pronto para ser servido ao cliente.

Estupefatos todos levantaram e aplaudiram de pé.

- *Mashallah!!!* Exclamou Caffarena, admirado com o que acabara de testemunhar.
- És o homem mais sábio que conheço! Como prometido, tu e tua família receberão um banquete completo e, claro, provarão o melhor *smak* de todos.

– Como prometido também, receberão um tapete trançado de mil fios de ouro que enfeitará a porta de tua casa. Disse o cliente persa, enquanto saboreava seu delicioso *smak*.

– Agradeço, meus caros, mas quem fez a mágica foi a Matemática. Apenas demonstrei a vocês o quão poderosa e simples ela é.

Dito isso, retornamos à mesa e deliciamo-nos com um suculento e farto banquete, enquanto relembrávamos e ríamos de todas as histórias já vividas em todos esses anos de amizade e aventuras.

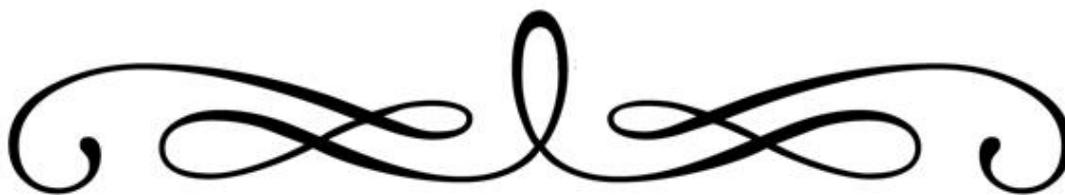
Referências

DELFINO, G.L. **Expressões em Árabe**. Disponível em: <<https://www.brasileiraspelomundo.com/expressoes-em-arabe-321074117>>. Acesso em: 18 jul. 2018.

ISTOCK. **Tradição Casa Árabe**. Disponível em: <<https://www.istockphoto.com/br/vetor/tradicional-casa-arabe-gm879814206-245194783>>. Acesso em: 20 jul. 2018.

RACHACUCA. **O cozinheiro e as ampulhetas**. Disponível em: <<https://rachacuca.com.br/enigmas/36/o-cozinheiro-e-as-ampulhetas/>>. Acesso em: 20 jul. 2018.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 2001.



CAPÍTULO XXXVII
A SEQUÊNCIA DIVINA

Jonathan dos Santos Costa

Lucas Vinicius Terassi

A reprodução dos coelhos. A nova vida de Beremiz. Leonardo de Pisa. A sequência Divina. Como me aventurei sem sorte no espaço das sequências.

Certo dia, enquanto caminhava para uma de minhas visitas à família de Beremiz, não pude deixar de ouvir dois fazendeiros conversando sobre a devastação que os coelhos estavam fazendo em suas plantações. O homem mais alto dizia que, em menos de um ano, o número de coelhos mais que quadruplicou. O outro homem apenas murmurava baixo, e não consegui compreender o que havia dito. Chegando perto da casa de Beremiz, fiquei com essa ideia em minha mente: seria possível os coelhos quadruplicarem sua população em menos de um ano?

Ao adentrar em sua casa, ele me saudou gentilmente: – A paz de Cristo – o mesmo ardor e interesse que tinha por Matemática, expressava em sua fé cristã, recém adquirida.

A jovem Telassim se encontrava no canto do cômodo, assentada em uma almofada, os três filhinhos ao redor. Após as devidas saudações, comecei a contar a situação que tanto me havia estupefeito:

– Amigo, ao vir para cá, escutei um trecho de uma conversa entre dois fazendeiros falando sobre a devastação que os coelhos fazem com suas plantações. Porém, o que me deixou com certa desconfiança da veracidade dessa informação foi a afirmação que um dos fazendeiros fez, dizendo que o número de coelhos mais que quadruplicou em menos de um ano. Seria isso possível, meu caro amigo?

– Certamente! Respondeu sem pestanejar, como já de costume, com tal certeza na voz, parecendo trivial minha dúvida. Em seguida, prosseguiu eloquentemente – Eu te explicarei como pode ser resolvida rapidamente esta pequenina desconfiança.

– Vamos começar desde as origens deste problema. Um famoso matemático, conhecido como Leonardo Fibonacci de Pisa, em seu livro *Liber Abaci*, se propôs a resolver o seguinte problema: “Um homem pôs um casal de coelhos num lugar cercado por todos os lados. Quantos casais de coelhos podem ser gerados a partir desse primeiro casal em um ano se, supostamente, todos os meses cada casal gera um novo casal, que se torna fértil a partir do segundo mês? A resolução deste problema gerou a famosa sequência de Fibonacci – então, desenhou num papel uma linda figura: a espiral de Fibonacci.

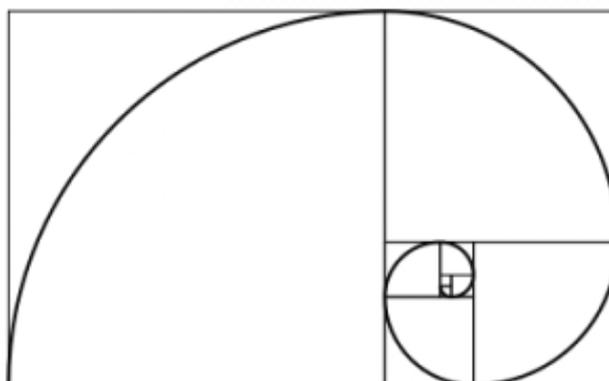


Figura 1: Espiral de Fibonacci

Fonte: <https://ascensionglossary.com/index.php/Fibonacci>

– Perceba que o início da espiral começa bem fechado e depois vai abrindo, ficando cada vez maior. Quanto maior o tamanho, mais rápido ela cresce. Pensando numericamente, teríamos algo dessa maneira – voltando a escrever novamente no papel:

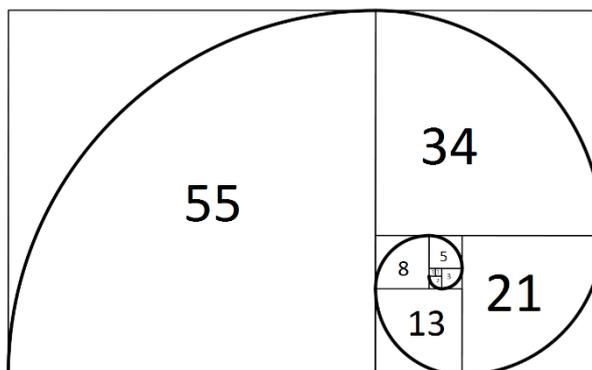


Figura 2: Espiral de Fibonacci Numerada

Fonte: <http://acaciagardencenter.com.br/blog/2016/11/fibonacci-a-matematica-na-natureza/#sthash.iC1ui6DM.dpbs>

– Olhe bem, o padrão numérico descrito por essa espiral apresenta a seguinte sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 e assim por diante. Se pensarmos no padrão dessa sequência, diríamos que um número sempre é obtido pela soma de seus dois antecessores. Assim, o sucessor do número 55 corresponde a soma de seus dois antecessores: o próprio número 55 e o 34, sendo o próximo número desta sequência o 89. Na verdade, apesar de

Fibonacci ter sido o primeiro a escrever sobre esse assunto, alguns gregos e hindus já conheciam esta sequência.

– Voltando ao problema dos coelhos, imagine que cada casal de coelhos recém-nascido demore um mês para tornar-se fértil e mais um mês para a gestação de um novo casal. No terceiro mês nasce mais um casal de coelho. No quarto mês, este último casal ainda não estará fértil, mas o casal original já terá dado cria novamente. No quinto mês, já teremos cinco casais no total, o que é mais do que o quádruplo da quantidade de coelhos com que iniciamos.

Beremiz, então, desenhou um esquema com a ajuda de um pedaço de carvão:

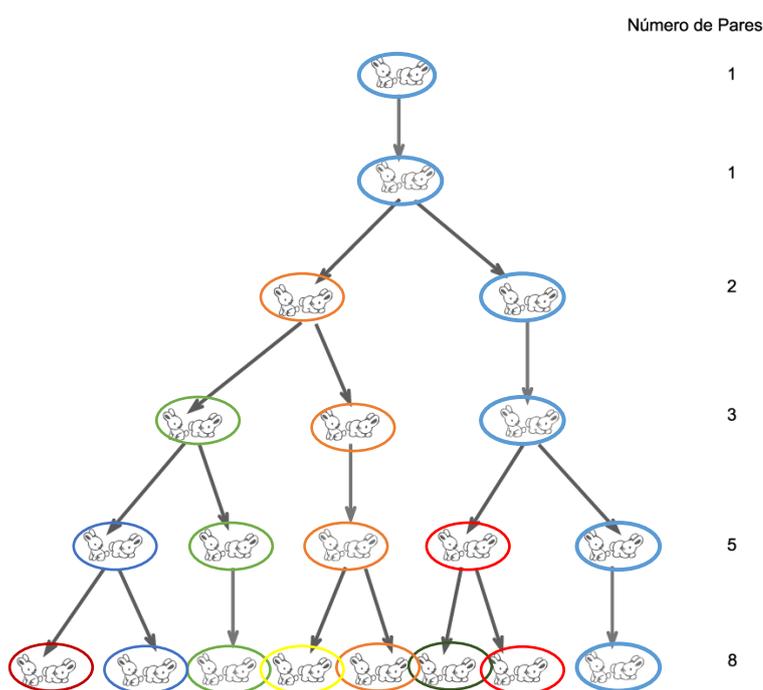


Figura 3: Esquema da Reprodução dos Coelhos

Fonte: <https://sites.google.com/site/leonardofibonacci7/o-problema-dos-coelhos>. Com interferências dos autores.

Observando com cautela, pude compreender o que dizia. Essa tal sequência mostrava o crescimento que Beremiz havia citado. O crescimento que faz aumentar cada vez mais rápido. Começando com apenas um casal de coelhos, já teríamos cinco casais lá pelo quinto mês, ou seja, o quádruplo. Já pude entender como seria possível que o fazendeiro aumentasse em quatro vezes a sua ninhada. Beremiz, admirando minha expressão de compreensão, começou a se aprofundar no tema:

– Além de solucionar o problema de reprodução dos coelhos, a sequência de Fibonacci, apresenta uma proporção muito interessante a partir do número 3. Alguns a

chamam de proporção áurea ou de número de ouro¹³, que pode ser aproximado ao número 16 décimos. Essa proporção áurea pode ser obtida através da razão entre um número da sequência de Fibonacci e seu antecessor, e conforme prosseguimos na sequência, mais nos aproximamos do real número que mostra essa proporção. Ela sempre esteve ligada à ideia do belo, daquilo que é esteticamente agradável, o que os gregos costumavam buscar. Os construtores e pintores sabem que essa proporção aplicada nas artes produz obras muito bonitas visualmente. Há quem diga também que ela aparece constantemente em diversos eventos naturais que seguem esse padrão, como as pétalas de algumas flores, nas quais o número de pétalas é um número que está presente na sequência de Fibonacci. Há relatos de que no papiro Rhind¹⁴, um dos primeiros documentos em que há escrita matemática, os egípcios fazem alusão a uma razão sagrada, que seria relacionada ao número de ouro. Eles mesmo usaram essa proporção na construção das pirâmides, pois a razão entre a altura de uma face e metade do lado da base da pirâmide é igual ao número de ouro.

Então, Beremiz me conduziu a diferentes lugares em sua casa. Em uma parede, um quadro de uma bela paisagem em uma moldura retangular.

– Note como é edificante olhar para esse retângulo. Suas medidas seguem a proporção áurea. O lado maior tem a medida de um lado menor multiplicado pelo número de ouro. Fascinante!

Em seguida, me levou ao canto em que se sentava Telassim, com flores de muitas cores decorando seus cabelos. As pétalas das flores de fato se reuniam em grupos de 3, 5, 8, números da sequência chamada de divina.

Abrindo uma gaveta, tirou uma cópia do tal papiro Rhind. Se era antiga ou uma réplica fabricada pelo meu amigo, nunca cheguei a saber, pois a urgência de uma outra dúvida ocupou minha mente e logo intervim:

– Tudo bem, caro amigo, vejo o que estás a dizer, vejo todos os exemplos que me mostrastes, mas ainda não entendo. Se Deus se manifesta nesse número, por que escolheu esse em específico?

– Por mais que eu acredite que Deus trabalha de maneiras misteriosas, e que seria de pouco proveito tentar compreender os motivos que o levaram a escolher um número, não acho que tenha sido o caso. A esse número foram atribuídos tantos significados, tantos sentidos, mas a verdade é que as formas que ele produz foram consideradas bonitas por

¹³ O número de ouro é o número irracional 1,618...

¹⁴ Papiro egípcio contendo uma coleção de problemas matemáticos. Sua autoria é desconhecida, mas se atribui ao escriba Ahmés. O documento data do século IX a.C.

povos europeus. Não é muito mais profundo que isso. De fato, como vimos, são tão belos os exemplos que dei.

– E se Allah tivesse um número desses, que número seria?

– Ora, são tantas possibilidades de números a se escolher, uma verdadeira infinidade, mais do que se poderia contar. Ficaríamos discutindo por centenas de vezes a minha idade e não estaríamos nem próximos de um acordo. A verdade é que Deus se manifesta em todos os números com sua onipresença.

– Entendo. Mas, de fato, me fascina essa sequência de Fibonacci. É uma descrição de um crescimento muito curioso, muito característico e muito fácil de se construir. Afinal, basta saber que ela começa com o número 1 e segue com o número 1 novamente. A partir daí, basta termos o número e o antecessor para que consigamos obter o sucessor.

– Exatamente, e é justamente por essa simplicidade e elegância estética que a sequência de Fibonacci é tão admirada pelo povo cristão.

– Ora, então é meu dever encontrar uma sequência do povo muçulmano, uma relação que nos agrade e eleve nosso espírito. Se ninguém a descobriu até então, serei eu a corajosa alma a desbravar o mar da infinidade para buscá-la. Se não tivesses se convertido, poderias me ajudar.

– Minha fé nada impede que eu te acompanhe em alguma aventura matemática. Aliás, muito me admira a determinação e inspiração que demonstrastes. É um nível de interesse nos números que ainda não tinha tido o privilégio de ver vindo de ti. Porém, já te alerto que será uma tarefa dispendiosa, uma jornada que provavelmente não lhe levará a algum lugar.

E, assim, decidi listar todas as sequências que eu conhecia e que eu ainda poderia inventar. Logo percebi que não poderia escolher quaisquer números sem restrições, era preciso seguir alguma regra que a sequência toda obedecesse, como a regra de Fibonacci, que o próximo número era a soma dos dois anteriores. Escrevi a regra do dobro, cada número é o dobro do anterior; a regra do triplo; a regra do quádruplo e qualquer outra que pudesse vir à ideia. A regra de multiplicar, a regra de somar, a regra de subtrair.

Eventualmente, Beremiz se aproximava de mim para ajudar nos cálculos, rápido como sempre foi. Fazia todas as relações que conseguisse, na esperança de que eu sentisse a inspiração de *Allah* quando encontrasse a correta. Vez ou outra, Telassim vinha me servir alguma bebida. Só me lembro de estar calculando uma divisão particularmente difícil quando acordei assustado. Já era noite. Havia dormido em cima do meu trabalho. *Allah* não havia me inspirado, e eu havia me prolongado.

O casal foi muito gentil de me oferecer um aposento em que poderia descansar até que o outro dia chegasse. Ao amanhecer, fui conversar com Beremiz sobre o esforço da noite passada.

– Pensei que teu ar duvidoso de ontem fosse devido a sua nova fé, mas agora entendo que já sabias que eu não obteria progresso algum em minha tarefa.

– Meu caro amigo, não é verdade que não tenhas obtido progresso algum, veja quantos padrões diferentes parece ter encontrado! E apontou para minhas anotações.

– Mas nenhuma delas despontou a inspiração divina que eu estava esperando.

– A sequência de Fibonacci não foi descoberta ou inventada em uma noite de anotações apressadas. De qualquer forma, esses padrões que escrevestes aqui também são importantes e bonitos. Cada um tem uma utilidade, uma importância, uma beleza, cada um representa algo diferente.

– Mas essa sequência de Fibonacci parece mais importante ainda, parece um feito milagroso!

– Para ser sincero, acredito que essa sequência não seja nem o feito mais impressionável de Fibonacci.

Beremiz foi buscar algo em outro cômodo, e, enquanto esperava, não pude conter minha curiosidade e imaginação. O que seria ainda mais impressionável do que números tão belos, proporções tão perfeitas e tão onipresentes? Com certeza deve ser uma sequência melhor ainda, ou talvez uma forma geométrica muito mais bela, algo que se assemelharia à própria face de Deus. Esse homem deve ter sido um gênio.

Entretanto, para minha surpresa, ele trouxe um pedaço de anotação simples, até um pouco amassado e velho.

– Diga-me, amigo, o que vêes?

– Não há nada de mais. São só os números que usamos, de 0 a 9. Não há nada de impressionável, nenhum segredo do universo escondido nos números.

– Lembra-te que comentei da obra *Liber Abaci*, o livro do ábaco? Pois bem, foi um dos primeiros a usar esses símbolos para representar números, os algarismos indo-arábicos, símbolos criados por povos como o nosso, por gente de nosso sangue, por gente de religião como a sua, para gente de religião como a de Telassim. Símbolos cujo próprio nome, ‘algarismo’, vem de um de nós. Fibonacci foi um homem muito importante para disseminar nossas obras entre os da fé cristã. Para mim, esse fato é o que há de mais admirável neste homem chamado Leonardo de Pisa, o Fibonacci.

Como nos velhos tempos, Beremiz me deixou sem palavras. Depois de cumprimentar a família, saí da casa satisfeito, como quem comeu uma farta refeição, mas satisfeito de conhecimento e entendimento. Na próxima semana, só *Allah* poderia saber os detalhes de outra conversa edificante que nos esperava. É assim todas as vezes com o homem que calculava.

Referências:

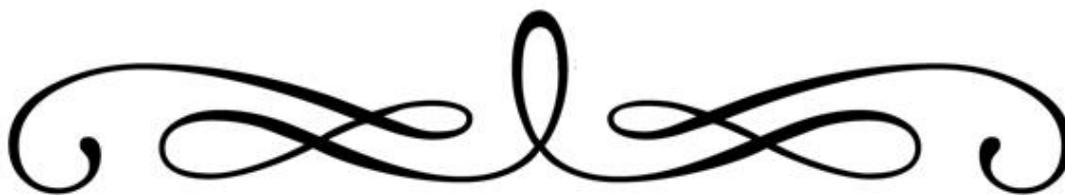
ACACIA GARDEN. **Fibonacci: A Matemática na Natureza**. Disponível em: <http://acaciagardencenter.com.br/blog/2016/11/fibonacci-a-matematica-na-natureza/#sthash.iC1ui6DM.dpbs>. Acesso 30 jul. 2018.

Número de ouro. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm17/ouro.htm>. Acesso 30 jul. 2018.

OLIVEIRA, F.; CALDAS, M. D. A. **Sequência de Fibonacci**. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/fibonacci.html>. Acesso 30 jul. 2018

RAMOS, M. G. O. **A Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro**. 2013. Disponível em: <https://educacao.uol.com.br/planos-de-aula/medio/matematica-sequencia-de-fibonacci.htm>. Acesso 30 jul. 2018.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2001.



CAPÍTULO XXXVIII
A ENTRADA NO TEMPLO DO TESOURO

Gabriela Isis Tomaz
Tawany Oliveira Santos

Surge uma corajosa beduína encantada pela Matemática. Influência de Beremiz na vida da moça. A lenda do templo do tesouro e o livro de segredos matemáticos. A Álgebra nos enigmas. Perpetuação da cultura matemática.

Em nome de Allah, Majestoso e Misericordioso!

Em uma manhã de sol, enquanto caminho pelos *suques* de Constantinopla, eis que um homem com a aparência de uns quarenta anos segue em minha direção e diz:

– Ó meu caro *bagdali*, creio que me lembro de você. És o companheiro do Homem que Calculava, não é verdade? Você, Hank Tade-Maiá, presenciou todos os aqueles problemas sendo solucionados! Que honra conhecê-lo. *Iallah!*

Surpreso com a súbita abordagem, continuo a escutá-lo:

– Meu nome é Zabim, sou viajante e vim para Constantinopla logo após a invasão da nossa grandiosa Bagdá pela horda daquele cruel príncipe mongol. Ver a cidade onde cresci ser destruída me deixou profundamente entristecido. Fugi antes que eles devastassem a região em que a minha família e eu estávamos nos escondendo.

Não me passara pela cabeça que alguém me reconheceria por ser amigo de Beremiz, então disse:

– Meu caro conterrâneo, entendo o que sente. Eu, Beremiz e a sua esposa havíamos saído de lá três anos antes da destruição. Mas a notícia abalou a todos nós, principalmente porque parte da nossa cultura e avanços científicos feitos por diversos estudiosos resumiram-se a ruínas. Mas ainda assim, sempre recebo notícias de Bagdá – respondi sinceramente. – Inclusive, você gostaria de ouvir uma história, meu caro Zabim? Perguntei ao viajante.

– Mas é claro, adoraria!

Então comecei a narrar uma história que ouvi em Constantinopla, sobre uma moça que vivia em Bagdá:

– Passou a ser de meu conhecimento um curioso fato sobre uma beduína descendente de damascenos. Mahara era seu nome e estimava-se que o nome lhe fora dado com sabedoria, já que se destacava em sua tribo justamente por seus talentos e habilidades. Pela história que ouvi, ousou dizer (e posso vir a pagar pelo que digo) que Mahara dominava a ciência matemática através de um exímio uso de sua inteligência, assim como meu amigo Beremiz. A jovem apresentava uma destreza que pouquíssimos tinham ao lidar com cálculos e, apesar de não ser comum por ser uma mulher, seu espaço na tribo foi conquistado de tal forma que a convocavam sempre que se deparavam com problemas considerados difíceis pelos melhores *ulemás* da região.

Mahara admirava os feitos de Beremiz, o Homem que Calculava. Quando conheceu a sua fama, ficou encantada. Então decidiu segui-lo em segredo, pois tinha medo do que poderiam achar, quando soubessem que ela, mulher, era apaixonada por Matemática. Durante a trajetória de Beremiz, escondida, Mahara acompanhava suas demonstrações em público, para entender como funcionava o seu raciocínio lógico e suas tomadas de decisões frente aos problemas.

Djim sempre a inspirou em seus estudos, lhe dando força para superar os preconceitos por ser mulher e lhe dando sabedoria para aprender por si só. Visitava a Casa da Sabedoria todos os dias, estudando os conceitos matemáticos e aprendendo toda a teoria através dos livros, até se sentir confiante em suas habilidades como calculista.

Quando Beremiz partiu de Bagdá para Constantinopla com a sua esposa, e tudo foi destruído, inclusive seu local preferido, a Casa da Sabedoria, Mahara soube que tinha um desafio pela frente. Ao sul do rio Arax havia um templo, que protegia, com um enigma, um tesouro muito valioso, o qual apenas um verdadeiro apreciador das maravilhas da Matemática seria capaz de desvendar.

Mahara percebeu que precisava se aperfeiçoar antes de partir para essa jornada, por isso resolveu treinar seus conhecimentos através de problemas enfrentados em sua tribo. Para isso passou um mês ajudando a todos os beduínos, contribuindo com o seu conhecimento e sua inteligência. Nesse tempo, Mahara passou a ser muito respeitada, por ser a primeira mulher com absurda destreza e habilidade em Matemática. Sua humildade e vontade de ajudar faziam todos adorá-la.

Durante esse tempo que passou com a sua tribo, evoluiu muito em seus estudos dos conceitos matemáticos e decidiu estudar o *Al-jabr w'al muqabalah*¹⁵, para se preparar para quaisquer que fossem os desafios encontrados, mesmo que religiosos. Mahara estava pronta para enfrentar o desafio e partiu em sua jornada até o sul.

Ao chegar no templo, ela se admirou com tamanha beleza.

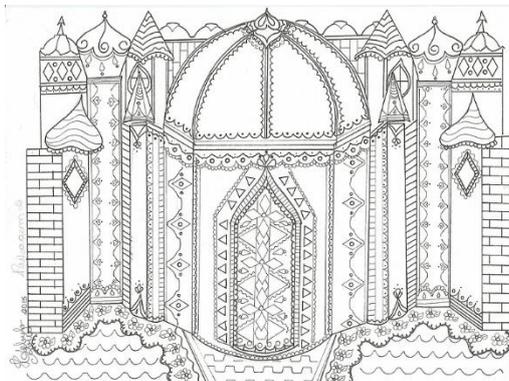


Figura 1: Templo Guardião do Tesouro

Fonte: Habyb desenhos para colorir

Avistou um guardião na entrada, que disse:

– *Salaam Aleikum!* Bem-vinda ao Templo Guardião do Tesouro, meu nome é Kalil.

– *Aleikum Salaam!* Meu nome é Mahara.

– Caso seja o seu desejo, irei te informar sobre o enigma do templo.

O guardião se aproximou de uma parede e voltou a dizer:

– Neste papiro estão escritas as pistas que você precisará para passar por essa porta e ir ao encontro do tesouro. Antes que você leia as pistas, irei te orientar:

- A Matemática deve ser útil, não nos esqueçamos de que essa ciência é uma mensagem de sabedoria e beleza, portanto, que esse desafio lhe seja prazeroso;
- O enigma é composto por cinco números;
- Para abrir a porta você deverá posicionar as pedras na sequência numérica correta;
- Por fim, você terá apenas uma chance.

¹⁵ Livro escrito pelo matemático persa al-Khwarizmi, por volta dos anos 800 d.C.

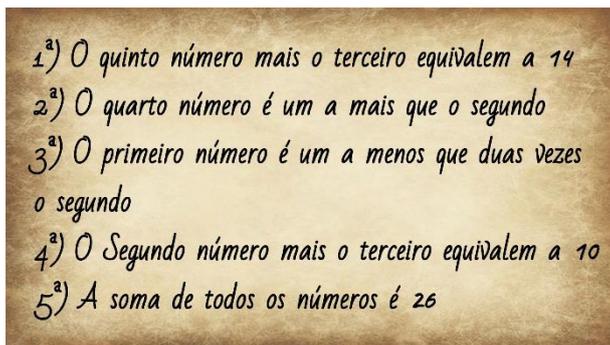


Figura 2: As pistas do enigma
Fonte: das próprias autoras

Neste momento Mahara sentiu-se apreensiva por ter apenas uma tentativa, mas, corajosa, decidiu enfrentar a situação.

– Aceito o desafio! Que *Allah* me ajude! Disse Mahara

Então, Kalil, o guardião mostrou a porta onde ela deveria alocar as pedras de acordo com a sequência numérica:

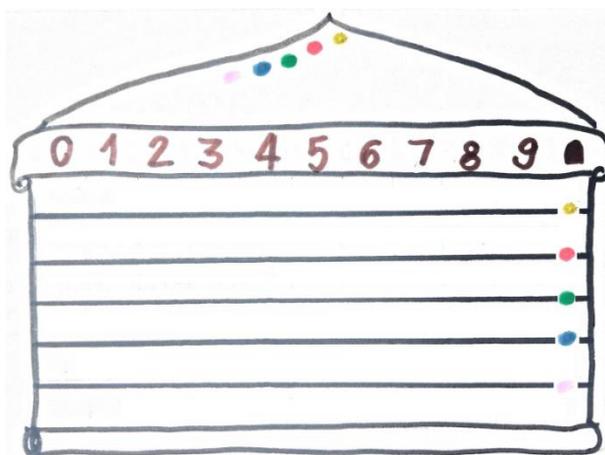


Figura 3: Painel sequência numérica
Fonte: das próprias autoras

Depois de um tempo pensando a respeito do enigma, Mahara entendeu como poderia solucionar o desafio, e então, conseguiu abrir a porta. Chegando no interior do templo, ela encontrou o maior tesouro: **um livro com todos os segredos da Matemática!**

Kalil, ficou tão surpreso, que fez questão de entender como ela conseguiu desvendar o problema.

– Pelos méritos do profeta! Por favor, me conte como foi que você descobriu essa façanha!

Então Mahara deu início a explicação:

– Em nome da álgebra e da aritmética, foi possível resolver esse problema. Os números desconhecidos foram expressos por meio de relações e fórmulas. Irei demonstrar para que você entenda melhor, seguindo a ordem das pistas:

Antes de começarmos vamos nomear os algarismos desconhecidos como “a, b, c, d, e”. Escrevendo as pistas com as incógnitas:

- 1) $e + c = 14$
- 2) $d = b + 1$
- 3) $a = 2 \cdot b - 1$
- 4) $b + c = 10$
- 5) $a + b + c + d + e = 26$

Com isso teremos um sistema de equações de 1º grau, que poderá ser resolvido escrevendo todas as incógnitas em função de b e substituindo na 5ª equação, veja:

$$2 \cdot b - 1 + b + 10 - b + b + 1 + b + 4 = 26$$

$$4 \cdot b + 14 = 26$$

$$4 \cdot b = 12$$

$$b = 3$$

Agora que encontramos uma das incógnitas, podemos encontrar as com maior facilidade, seguindo a ordem “a, b, c, d, e”, entenda:

$$a = 2 \cdot b - 1, \text{ então, } a = 5$$

$$b = 3$$

$$c = 10 - b, \text{ então, } c = 7$$

$$d = b + 1, \text{ então, } d = 4$$

$$e = 14 - c, \text{ então, } e = 7$$

Para conferir se o valor está correto, somamos os algarismos, onde:

$$5 + 3 + 7 + 4 + 7 = 26$$

Dessa forma, posicionei as pedras da seguinte maneira:

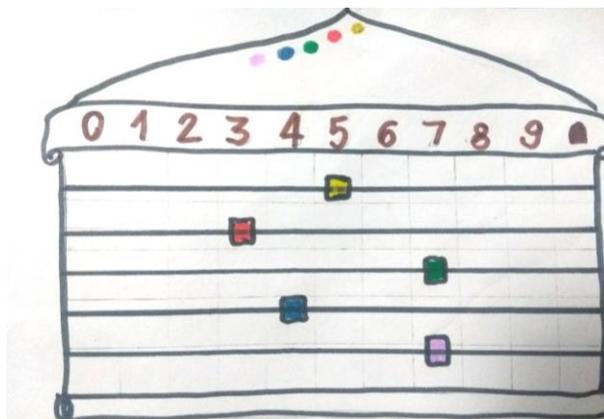


Figura 4: Painel sequência numérica com a solução

Fonte: das próprias autoras

– Assim foi a história de como Mahara se entregou ao amor pela Matemática, e, como ela desvendou o enigma do Templo Guardião do Tesouro. Disse eu.

Então continuei a dizer:

– O que poucos sabiam é que quando Houlagou e sua tropa invadiram a cidade destruindo as bibliotecas, mesquitas, palácios e vidas que encontravam, um matemático persa chamado Nasir al-Din al-Tusi resgatou cerca de 400 mil livros de quase todas as ciências, os quais chamava de **tesouros** e escondeu um deles, que guardava todos os segredos e ensinamentos matemáticos desenvolvidos até então, incluindo estudos de Pitágoras, Aristóteles e al-Kowarizmi, em um templo que encontrou em seu caminho para a cidade de Maragha, onde criaria um observatório sob a ordem do príncipe mongol.

Mahara nos mostrou o quão grandioso o conhecimento é e perpetuou a Matemática árabe por onde passasse. Assim concluí a história sobre Mahara.

Referências:

HABYB DESENHOS PARA COLORIR. **Figura 1 - Templo**. Disponível em: <https://www.habybdesenhosparacolorir.com/large-grid>. Acesso em 30 Junho 2018.

IQARA ISLAM. **A Invasão Mongol e a destruição de Bagdá**. Disponível em: <https://iqaraislam.com/a-invasao-mongol-e-a-destruicao-de-bagda/>. Acesso em 20 Junho 2018.

PINTEREST. **Figura 2 - Papiro**. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/488851734534132444/>. Acesso em 30 Junho 2018.

SUPER INTERESSANTE. **Quem são os beduínos?** Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/quem-sao-os-beduinos/>. Acesso em 20 Junho 2018.

TAHAN, Malba. **O Homem Que Calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2011.

THE VINTAGE NEWS. **The House of Wisdom contained so many books that the Tigris River turned black from the ink when all of them were destroyed**. Disponível em: <https://www.thevintagenews.com/2016/11/23/the-house-of-wisdom-contained-so-many-books-that-the-tigris-river-turned-black-from-the-ink-when-all-of-them-were-destroyed/>. Acesso em 20 Junho 2018.

WIKIPEDIA. **Nasir al-Din al-Tusi**. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Nasir_al-Din_al-Tusi. Acesso em: 29 Junho 2018.



CAPÍTULO XXXIX
O ROUBO DOS CAMELOS

Vanderlei Vicente de Sousa Júnior

Caique Thomas

A visita à cidade de Batistana. Um roubo misterioso de camelos. Mais um dos enigmas matemáticos, desvendados por Beremiz Samir.

Certo dia, eu e Beremiz visitávamos a cidade de Batistana, ao norte do grande deserto. Ficamos deslumbrados com aquela bela cidade que se organizava ao redor da pecuária, do corte e da lida com camelos. Era possível comprar roupas, bolsas, couro e ossos desses animais a preços bem competitivos, mesmo comparando com os valores de cidades grandes, ricas e localizadas às margens de grandes rios. Apesar de suas proporções modestas, a cidade possuía uma organização invejável e era nítido que o governante se importava com seu povo.

Como era de costume, nos dirigimos à região central do pequeno povoado em busca de água e alguns outros mantimentos para que, assim, pudéssemos continuar nossa jornada. Chegando em uma pequena tenda, nos surpreendemos com o que vimos. Soldados fortes e bem armados, montados em camelos corpulentos, faziam a segurança dos arredores do pequeno comércio. Embora espantados com o poderio dos homens, não nos deixamos abalar e seguimos em busca de suprimentos.

Ao entrar na venda, Beremiz logo maravilhou-se com Bahamés, o *Sheik* proprietário de quase todas as riquezas do povoado. Trajando túnica de seda, turbante de veludo e sapatos de couro de camelo, estava ali, imóvel, sentado com uma aparência nem um pouco satisfeita. Admirando tudo aquilo, Beremiz se prontificou a saudar o soberano árabe e imediatamente elogiar suas riquezas:

– Minhas saudações, grande *Sheik*, admiro seu trabalho e a forma como cuida de seu povo!

– Você é Beremiz, o Homem que Calculava, e é capaz de resolver problemas complexos? Indagou, subitamente, o *Sheik*, transmitindo um ar de pedido e ajuda.

– Sim, sou eu mesmo. Parece que a realeza precisa de ajuda?

– Meu império corre um grande risco. Sempre almejei cuidar dos meus súditos e proporcionar riqueza a esta nação. Meus subalternos possuem as melhores condições de vida da região. Poucos povos conseguem se manter como nós. Todavia, nos últimos tempos estamos sendo roubados durante a noite e, de camelo em camelo, estamos perdendo nossa fortuna. Preciso de sua ajuda – suplicou ao forasteiro.

– Mas em que posso te ajudar? – Perguntou Beremiz.

– Batistana está sendo fortemente roubada por ladrões noturnos, assim como as outras duas cidades vizinhas.

– Conheço alguns outros povoados ao lado, se não me engano, existem outros que também fazem uso dos camelos como fonte de renda, completou o matemático. Mas ainda assim, em que posso ser útil?

– Ao que tudo parece, o povoado ao leste do grande deserto descobriu, esta noite, a caverna na qual os ladrões se escondem. Para felicidade de todos, encontraram os camelos das três cidades. Todavia, não temos identificação nem para os nossos animais nem para os animais das outras duas cidades. Talvez, por isso, tenhamos que guerrear contra nossos vizinhos a fim de uma divisão justa.

Como já era do conhecimento de Beremiz, os povoados que se localizavam nos limites e no interior do deserto, eram tidos como soberanos. Tanto Bahamés, como Tadeu e Elias, *Sheiks* das cidades vizinhas, não mediriam esforços para proteger o que acreditavam ser de suas posses.

Uma guerra futura seria o presságio para o fim. Não seriam poupados soldados, camponeses e até mesmo membros do clero local. É notável, que isso seria um déficit capital mais danoso do que o próprio roubo. No entanto, o orgulho dos governantes não faria nenhum deles recuar. Pressentindo o encaminhar da história, Beremiz logo se dispôs:

– Certo, compreendo a preocupação com seus bens e com a paz de seus subordinados. Façamos da seguinte forma, mande uma carta aos outros dois *Sheiks*, solicitando uma reunião para negociação. Devemos convidar também, os ladrões.

– Ora, devemos convidar os ladrões de camelos? Mesmo sendo eles os causadores de toda a confusão? Perguntou assustado o *Sheik* Bahamés!

– Sim, precisamos deles para negociar.

Mesmo intrigado com o pedido do calculista, Bahamés pegou uma pena e um papiro e se pôs a redigir a carta. Nela contava algumas informações aos seus vizinhos *Sheiks*:

Saudações Tadeu e Elías,

Como já informado por meus homens, sei que vossos povos passam por uma crise, assim como nosso povoado. Em decorrência dos roubos que aconteceram nos últimos dias, ficamos sem nossos camelos, fonte direta de nossas riquezas. Sei também que Elías e seus soldados, conseguiram prender os ladrões e transformá-los em prisioneiros, assim como também sei que já recuperaram os camelos roubados.

Venho por meio desta carta, rogar uma negociação, a fim de evitar guerras, e fomentar uma distribuição justa de nossas riquezas. Acredito que nossos povos merecem tal atenção. Também informo que estou com Beremiz Samir, o famoso Homem que Calculava, e ele irá nos ajudar, por meio de sua arte, a realizar a divisão correta.

Vamos negociar no meu castelo? Ao final da tarde do terceiro dia, quando o Sol for descansar e o deserto tiver temperaturas mais amenas seria um bom momento.

*Atenciosamente,
Bahamés*

P.S.: Tragam os prisioneiros

Assim sendo, o mensageiro saiu em disparada aos dois povoados vizinhos. Ao amanhecer do terceiro dia, voltou trazendo boas novas. Os governantes tinham aceitado a negociação. O que deveria ser feito, agora, era apenas esperar a chegada dos convidados e observar a negociação de Beremiz.

Ao final da tarde, assim que o Sol se pôs e o deserto se fez com temperatura mais amenas, chegaram os *Sheiks* e seus séquitos, com toda a riqueza e luxo provido de seus reinos. Os prisioneiros, estavam dentro de uma gaiola gigante. Eram quatro prisioneiros, o pai e seus três filhos. Bahamés foi logo iniciando:

– Obrigado pela a aceitação do convite, ainda não sei o que passa pela cabeça de Beremiz, mas vamos ouvir tal negociação – disse o árabe.

– Pois bem, sei que todos os três povoados foram roubados e ninguém sabe, ao certo, a quantidade e a forma na qual isso ocorreu. Contudo, temos os autores dos crimes e gostaria de ouvi-los para melhor compreensão dos fatos. Vamos lá, expliquem-se – questionou Beremiz, voltando-se à gaiola dos prisioneiros.

– Nós sentimos muito em roubar suas riquezas, fugimos dos nossos próprios princípios éticos e morais. Todavia, devido a nossa origem não muçulmana, fomos expulsos dos 3 povoados e passávamos fome – respondeu o velho homem.

– Vocês vivem apenas os quatro? Você e seus três filhos? Perguntou Beremiz.

– Não, temos também mulheres e crianças localizadas em um Oásis secreto no deserto. Infelizmente não sabemos se eles têm o que comer – respondeu tristemente um dos jovens filhos.

– E como vocês realizavam os roubos? Perguntou Bahamés.

– Funcionava da seguinte maneira: no primeiro dia visitávamos o local e cada um dos filhos, roubava um camelo e eu também roubava apenas um. Dessa maneira, no primeiro dia saíamos com 4 camelos – disse o velho.

– Já no segundo dia todos voltávamos a pé. Como meu pai tem mais experiência com a lida dos animais, já amarrava dois camelos na frente e ainda amarrava na corcova de cada um, mais outro camelo. Eu e meus irmãos como sempre, apenas pegávamos um camelo cada – explicava um dos filhos – Sendo assim, saíamos com 7 camelos no segundo dia.

– Em cada roubo meu pai aumentava a quantidade, ou seja, colocava na frente sempre um camelo a mais. E além disso, amarrava em cada camelo da frente, a mesma quantidade do dia anterior e acrescia um. Ou seja, no terceiro dia colocou 3 camelos à frente (um a mais do que o dia anterior) e amarrou na corcova de cada um, outros 2 camelos (um a mais do que amarrava no dia anterior). Sendo assim, ele, sozinho, saiu com 9 camelos no terceiro dia: três filas de 3 camelos cada – disse o mais novo, com um olhar de admiração ao pai.

– E você e seus irmãos, se mantinham em pegar apenas um camelo cada? Perguntou Beremiz.

– Sim, não temos muita habilidade, então nos restringíamos a pegar apenas 1 camelo cada. Desta maneira, no terceiro dia saímos com 12 camelos ao todo.

E assim foram feitos, nos três povoados durante todos os dias. Cada dia os filhos pegavam um camelo cada. O pai, fazia filas de camelo, cada dia criava uma fila a mais e aumentava em um a quantidade de camelos por fila. Beremiz então examinou e constatou:

- Então, podemos dizer que se $f(x)$ for igual a quantidade de camelos roubados por dia, temos:

$$f(x) = x^2 + 3 \quad \text{com} \quad x = \text{dia do roubo}$$

O pai e os filhos pensaram e pensaram, demonstrando nunca terem olhado para essa situação com essa perspectiva matemática. E, depois de algumas contas com os dedos, e calculando a quantidade do roubo, deduziram que, de fato, a função matemática descreve a quantidade de camelos roubados a cada dia. O matemático ainda demonstrou:

- Se $f(x)$ for a quantidade roubada no dia x , podemos contabilizar que o montante roubado ao final de todos os dias, seria:

$$f(x) + f(x-1) + f(x-2) + \dots + f(1)$$

- Bahamés, Tadeu e Elias, os roubos duraram quanto tempo em cada região?

Os *Sheiks* trataram de contar os dias, a fim de descobrir o prejuízo tomado. E cada um passou as seguintes informações:

- Os roubos duraram 5 dias, informou Bahamés.

- No meu povoado, sofremos durante 7 dias. Não fazíamos ideia do prejuízo até então! - Exclamou Tadeu.

- Já no Leste, eles perduraram de maneira mais branda. Roubaram por 6 dias apenas, no entanto, os estragos foram catastróficos, pois estamos localizados ao leste do deserto, lá a água é mais escassa e os recursos menos abundantes - explicou Elias.

- Pois bem, segundo a função temos que:

$$f(1) = 4 \qquad f(4) = 19 \qquad f(7) = 52$$

$$f(2) = 7 \qquad f(5) = 28$$

$$f(3) = 12 \qquad f(6) = 39$$

- Assim, o *Sheik* do Leste (Elias) teve, em 6 dias, 109 cabeças de gado roubadas. Tadeu teve 161 cabeças de gado e Bahamés 70 camelos. Fica claro, que devem ter encontrado os senhores, portando 340 cabeças distintas de camelos. E devemos reparti-los conforme as quantidades calculadas.

Isto posto, os três *Sheiks* calcularam com os dedos, com papiros e com pedras. Todos aparentemente concordavam e então Bahamés decretou:

- Vamos repartir conforme os cálculos de Beremiz.

– Eu irei transformar Beremiz no meu braço direito. Ele é digno de governar meu reino e sábio para tomar decisões. Devemos presentear-lo com poses nos três reinos! Propôs o *Sheik* do Leste.

– E ainda digo que executem os prisioneiros! Finalizou Elias.

Beremiz claramente estava em desacordo com o proposto e insatisfeito com tal negociação. Apesar de ser um forasteiro e pouco conhecido por todas as regiões, o matemático já havia demonstrado inteligência e grande reverência para os povos. Por tal motivo, Bahamés o questionou:

– Beremiz, acredito que você não está satisfeito com tal transação. Poderia me informar o motivo?

– Meu amo, não posso concordar com a execução dos presos. Como já visto anteriormente, eles foram dispersos no deserto por conta de não pertencerem aos muçulmanos. E pelo o que tudo parece, apesar de terem causado desequilíbrios nas povoações, eles foram os motivadores da união dos três povoados. Nada mais do que justo transformá-los em cidadãos bastistanos, assegurando todos os seus direitos e deveres – concluiu Beremiz.

O *Sheik* coçou a cabeça, trocou olhares com os seus outros semelhantes. E questionou os mesmos.

– Vocês concordam com a união dos três povoados?

Os *Sheiks* fizeram que sim, e então o velho, seus três filhos e todas as pessoas expulsas de Batistana e das outras cidades, foram inseridas novamente à posição de camponeses.

Mais uma vez Beremiz Samir mostrou, não só ser um competente matemático, como também um hábil político e negociador. Podemos perceber que a Matemática, pode modelar até os mais complexos dos problemas e, assim, prosseguimos nossa visita a esta linda cidade.

Referências:

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 1938.



CAPÍTULO XL

ACRÉSCIMOS E DECRÉSCIMOS

Ismael Rodrigues Cizzoto

Como dois comerciantes, mesmos estando certos com seus cálculos, acham resultados diferentes. Beremiz consegue preservar uma velha amizade.

Naquela tarde quente de meados do mês de *Sáfar*, indo para a hospedaria onde iríamos repousar após Beremiz, mais uma vez, conseguir evitar um conflito bélico empregando seus conhecimentos matemáticos, testemunhamos um debate entre dois comerciantes: um do Norte e outro do Sul. Como se não bastasse a diferença da língua, ainda havia a questão dos valores negociados. Mais um conflito a ser resolvido pelo nosso sábio matemático!

Ficamos ali parados, durante alguns instantes, ouvindo um palavrório incompreensível. Eu, confesso, estava tão cansado do dia cheio de aventuras, que não estava com o menor interesse em acompanhar a discussão entre os comerciantes. Porém, ao que me parece, Beremiz acompanhava a tudo com muita atenção, quando, subitamente, o calculista entrevistou e disse:

– Os dois têm razão no que falam, mas há uma confusão acerca dos números!

– Me diga, viajante – disse o comerciante do Norte – ouviste nossa conversa? Tens solução para nós?

– Não conseguimos entender onde está o erro – continuou o comerciante. Há anos que negociamos todo tipo de mercadoria e nunca nos deparamos com tamanha dúvida – completou o mercador do Sul.

– Pelo pouco que ouvi, já vejo a solução e o motivo da discussão – respondeu Beremiz. Os números existem para ajudar, mas é preciso saber como usá-los. Muitas amizades são desfeitas quando os números não são corretamente utilizados.

O comerciante do Norte explicou que ele havia vendido ao seu colega do Sul muitas mercadorias. Eles eram velhos amigos e tinham uma longa história de amizade e transações

comerciais. Dentre as mercadorias trocadas naquela ocasião, haviam alguns jarros de cerâmica finamente decorados com lindas pinturas. Os jarros estavam com um preço especial: se o colega do Sul conseguisse repassá-los adiante, receberia, por eles, o valor de venda acrescentando uma quinta parte. Se não conseguisse vendê-los, os devolveria ao comerciante do Norte, recebendo de volta o valor, descontado da quinta parte.

Os jarros foram vendidos pelo comerciante do Norte ao do Sul pela quantia total de 100 *dinares*. Porém, o mercador do Sul não conseguiu revendê-los e devolveu a mercadoria, exigindo, do colega do Norte o ressarcimento da quantia de 96 *dinares*. Porém, o comerciante do Norte queria devolver apenas 80 *dinares*. Ambos faziam e refaziam as contas com a ajuda do ábaco, dos dedos e dos algoritmos ensinados pelo grande al-Khowarizmi, mas nenhum deles conseguia descobrir os motivos de haver diferença nos resultados.

Os dois homens eram comerciantes e tinham grande traquejo com os cálculos comerciais, mas apesar disso estavam exaustos e aborrecidos com a situação. Não entendiam o porquê dos números diferentes e estavam prestes a perder a amizade de anos, com essa discussão sem fim. Mas Beremiz olhava para tudo aquilo sem nenhuma sombra em seu rosto. Para ele não havia nenhum motivo para aborrecimento, pois tratava-se de um problema matemático muito simples e fácil de resolver. Com um sorriso calmo no rosto, Beremiz aproximou-se dos comerciantes e prontificou-se a explicar o imbróglio.

A confusão estava no fato de que, o comerciante do Sul comprou de seu colega do Norte os jarros por 100 *dinares* e deveria vendê-los por 120 *dinares* [$100 + (20\% \text{ de } 100) = 100 + 20$]. Como os devolveu, queria ser ressarcido com um quinto a menos de 120 *dinares*, isto é, 96 *dinares* [$120 - (20\% \text{ de } 120) = 120 - 24 = 96$]. Entretanto, para o mercador do Norte, o valor a ser ressarcido deveria ser calculado a partir do preço original de 100 *dinares*, isto é, 80 *dinares* [$100 - (20\% \text{ de } 100) = 100 - 20 = 80$].

Beremiz explicou, ainda, que não havia erro em nenhum dos dois cálculos, mas os comerciantes deveriam ter combinado, antecipadamente, sobre qual valor seriam calculadas as porcentagens. Diante da surpresa dos comerciantes e do amigo de Bagdá, o calculista disse:

– Esta confusão com os valores é algo mais comum do que imaginam – disse Beremiz. O caso de vocês até que foi bastante simples, pois envolve apenas dois valores, que já eram conhecidos. Quando o valor original não é de fácil conhecimento, o trabalho é mais difícil, mas o prazer em resolvê-los é maior.

– Bem ... mas agora, calculista, o que devemos fazer? Não havíamos prestado atenção ao fato de que os cálculos seriam diferentes! Como poderemos resolver essa questão? Indagou o desanimado comerciante do Norte.

– Agora dou a seguinte sugestão: que cada um de vocês ceda um pouco, para chegarem a um acordo em nome da amizade que os une há anos!

– Como isso é possível? Indagou o esperançoso mercador do Sul.

– Muito simples – respondeu Beremiz. Basta calcularmos a média aritmética entre os valores reclamados. Isto é, calculamos a média aritmética simples entre os valores de 80 *dinares* e 96 *dinares*. Isso nos leva a 88 *dinares*, conforme o cálculo:

$$\frac{80 + 96}{2} = 88$$

– Dessa forma – continuou Beremiz – cada um de vocês cede um pouco. O comerciante do Norte paga um pouco a mais do que pretendia e o do Sul recebe um pouco a menos do que reclamava. Mas, fiquem avisados: em uma próxima negociação combinem antecipadamente todos os termos dos acordos comerciais. É o melhor para evitar futuras desavenças.

Os dois comerciantes ficaram satisfeitos com a solução dada por Beremiz e, em retribuição pelo seu trabalho, o presentearam com um lindo jarro azul turquesa.

É incrível como nosso amigo consegue evitar conflitos – seja entre povoados ou pessoas – apenas empregando a Matemática! Eu mesmo, após tantos anos acompanhando Beremiz em suas aventuras, não me canso de me surpreender com o alcance desta nobre ciência! Mas agora é tarde e é necessário que descansemos um pouco. Amanhã, bem cedo, após uma boa noite de repouso, seguiremos viagem por outras belas cidades e mais algumas aventuras.

Referências:

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 2001.



CAPÍTULO XLI
A LENDA DO TABULEIRO DE XADREZ MUTILADO

Gabriel de Paula Soares

A antiga história do tabuleiro de xadrez mutilado. O problema dos cinco camelos.

Acordamos cedo com um dia quente e uma brisa bem fresca. Visitamos outros povoados, onde conhecemos várias pessoas e histórias interessantíssimas. Seguimos até a bela cidade de Saná, um importante centro comercial para a mineração. Após alguns contatos comerciais, eu e Beremiz decidimos que já estávamos há muitas luas longe de casa. Já era hora voltarmos. Beremiz ainda tinha que retomar seu trabalho no palácio.

Conforme passávamos pelas cidades antes de chegar ao palácio, paramos em uma estalagem para almoçarmos. Tivemos a oportunidade de conhecer o *Sheik*, proprietário da estalagem, e algumas outras pessoas importantes. Jamais imaginei conhecer tantas pessoas em tão pouco tempo! Tudo devido a fama do calculista, que só aumentava conforme prosseguíamos em nossa viagem.

O *Sheik* estava assentado à mesa ao nosso lado e nos convidou para a sua mesa. Ao assentar-se Beremiz teve a oportunidade de contar um pouco sobre sua história e também aproveitou para contar uma história que ele tinha ouvido falar, ocorrida em uma cidade da Pérsia, muitos anos atrás.

Existia, na cidade de Khói, próxima às redondezas do rio Tigre, um homem que gostava muito de jogos e de propor desafios lógicos às outras pessoas. Através disso ele conseguia tirar o seu sustento e ser conhecido por sua genialidade. Esse homem não possuía filhos e sua esposa já havia falecido, então os jogos eram seu único passatempo. Dentre muitos desafios que ele propusera, teve um que ninguém foi capaz de resolver. Um problema que parecia ser muito simples e que, por isso, chamava a atenção de quem o via, entretanto, sua complexidade era maior do que se esperava.

Em sua velhice, este homem já possuía muitas riquezas adquiridas ao longo de sua vida, e como seus únicos passatempos eram os desafios matemáticos, decidiu colocar em seu testamento que o homem que fosse capaz de resolver tal desafio herdaria toda sua fortuna. Em toda Bagdá vários homens que se consideravam espertos tentaram resolver o problema, dentre eles estavam os tesoureiros do rei, alguns comerciantes, os mais sábios brâmanes e toda a população que havia por perto. Porém, ninguém obteve êxito nessa tarefa. Conforme os anos se passavam, muitos desistiram e outros até esqueceram da existência do desafio, mas ele continuava em aberto.

O problema era bem simples: dado um tabuleiro de xadrez, o desafio era de cobri-lo totalmente com peças de dominó, sendo que cada peça ocuparia duas casas consecutivas do tabuleiro. Seria muito simples resolver este problema com o tabuleiro de xadrez completo, então, esse tabuleiro teria dois quadrados retirados, um de cada ponta, sendo assim ao invés de ter 64 casas teria apenas 62.

Como cada peça ocupa duas casas e o tabuleiro ainda possui um número par de casas, então é, aparentemente, possível.

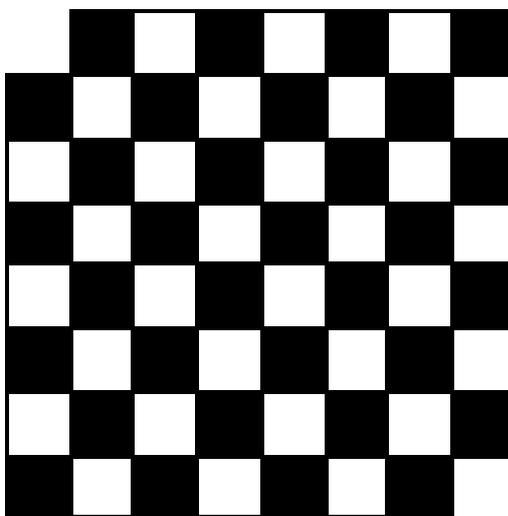


Figura 1: Tabuleiro de xadrez mutilado
Fonte: SINGH, 2014, p. 34.

Muitos acreditavam que haveria soluções para o problema, mas ninguém era capaz de apresentar as possibilidades, já que haviam, supostamente, várias possibilidades. O problema já havia, praticamente, caído no esquecimento.

Muito tempo se passou e, vários anos depois, ocorreu um evento inesperado. Havia na cidade de Qatif um guarda responsável pela execução de prisioneiros condenados à

morte. Seu nome era Xalir e ele se considerava superior aos outros, pois além do cargo que possuía, também gostava de resolver desafios e se convenceu que o problema do grande matemático não tinha solução pois, assim como todos, não havia conseguido resolver este desafio. Para se vangloriar e aproveitar para humilhar os prisioneiros, dando uma falsa esperança aos condenados, na hora da execução ele sempre enunciava o problema, e dizia também que quem fosse capaz de resolver o desafio teria seus crimes perdoados, além de ganhar a liberdade.

Porém em certo dia, como qualquer outro de seu trabalho, Xalir estava fazendo suas tarefas rotineiras, era dia de execução e, dentre os detentos que estavam para serem executados por seus crimes, havia um maltrapilho. Com roupas rasgadas e com as mãos e pés cheios de feridas, este maltrapilho tinha sido apanhado ao tentar roubar mercadorias de um comerciante. Não se sabia, muito ao certo, de onde ele viera, mas independente do crime que tinha cometido, todos ali teriam o mesmo destino, e esta não teria sido a primeira vez que o maltrapilho tinha sido pego roubando.

Quando este sujeito estava para ser executado por seus crimes, o guarda tornou a enunciar o mesmo problema, mas desta vez para a sua surpresa, o homem soube dar resposta correta.

A resposta do homem foi seguinte:

– A solução deste problema é muito simples, me surpreende que com o passar dos anos ninguém tenha conseguido resolver tal enunciado, é claro que o tabuleiro possui 62 casas e aparentemente seria possível colocar 31 peças de dominó para cobri-lo, mas, de fato, isso não é possível e vou provar por quê. Independentemente de onde começemos, sempre irá sobrar duas casas que não estão juntas, não sendo possível completar o tabuleiro. Ao tentar de quaisquer formas, você observará que estas casas, mesmo que em posições diferentes, serão sempre pretas. Em qualquer lugar que colocar uma peça de dominó, necessariamente, ela terá de ocupar uma casa preta e outra branca, mas como pode observar este tabuleiro só possui 30 casas brancas e 32 casas pretas. Sendo assim, não é possível cobrir aos pares de casa e necessariamente sobrarão duas casas pretas.

Todos ficaram surpreendidos com tal apresentação e com a resolução do problema. De forma muito simples, o prisioneiro conseguiu resolver um problema que existia há anos sem ser resolvido, e muitos nem se lembravam da existência dele ou da recompensa.

O guarda não esperava tal resposta. Além de ficar admirado, também ficou envergonhado por não ter conseguido tal esclarecimento. Ao ver que o maltrapilho havia

respondido corretamente, perguntou de onde ele viera, e este aproveitou para falar um pouco sobre sua história de vida.

– Meu nome é Iezid, venho de uma cidade pobre, mas de família nobre. Meus pais eram comerciantes e donos de uma fazenda. Certo dia, um bando de ladrões ateou fogo nas nossas colheitas e roubaram todos os meus pertences. Meus pais tentaram defender sua propriedade, mas acabaram sendo mortos pelos bandidos. Quando me deparei com a cena, percebi que tudo o que tinha havia sido levado e que o próprio solo se tornou infértil para o plantio. Não havendo outra opção, vendi minhas terras por um quinto de seu valor. Logo, o que recebi acabou e não havia dinheiro, nem para comer. Com as vestes sujas ninguém contratou um maltrapilho para trabalhar. Então, comecei a roubar para sobreviver.

O guarda ficou comovido com tal história e fez questão de levá-lo ao rei, assim receberia a recompensa por conseguir resolver o problema e poderia reaver sua vida volta. O rei ficou admirado, não só com a sua história, mas também porque nunca havia imaginado que aquele maltrapilho poderia ter uma mente tão brilhante. Pagou a recompensa ao homem que pode retomar às suas terras e voltar à sua vida de antes.

O *Sheik* ficou encantado com a história, assim como todos os ouvintes. Todos ficaram admirados com Beremiz ao dar uma explicação que mostra total perfeição lógica e matemática ao que, aparentemente, seria complicado. Sempre achei incrível a forma com que ele consegue resolver esses problemas que parecem complexos de forma tão espontânea. De fato, ele seria muito útil para auxiliar na contabilidade do palácio.

Ao sairmos da estalagem, algo chamou a atenção de Beremiz. No caminho para Constantinopla encontramos um comerciante que parecia atormentado. Estava a caminhar em círculos e parecia muito preocupado com alguma coisa, então nos aproximamos e o Homem que Calculava o cumprimentou, em nome de *Allah*, e perguntou:

– Me chamo Beremiz, o que se passa? Parece aflito com alguma coisa.

– Olá meu senhor, de fato estou preocupado, me chamo Munir. Dentro de 30 dias haverá uma grande feira comercial na cidade de Constantinopla, próxima às redondezas do palácio. Tenho 5 camelos que desejo vender na cidade, porém meus camelos possuem idades diferentes e alguns deles são bem vagarosos. Cada um completa o trajeto com um tempo diferente, sendo os mais novos mais rápidos. Seria simples levar todos de uma vez acompanhando o mais lento, mas para a minha infelicidade, não possuo amarras suficientes para todos os camelos. Só posso levar comigo dois camelos de cada vez, sendo que um é o que vou estar montado e precisarei dele para buscar os outros camelos. Tanto em Constantinopla, quanto em minha residência, tenho como deixar os camelos abrigados, mas

não consegui nenhuma amarra extra e ninguém de confiança que pudesse me ajudar a transportar os camelos. Sem mais amarras, acho que não poderei vender todos.

– Acho que consigo propor uma solução, pois não me parece algo complicado. Poderia me explicar melhor o problema? Preciso saber quanto tempo cada camelo demora em completar o trajeto. Gosto de resolver problemas deste tipo.

– O primeiro camelo consegue completar o caminho com apenas um dia de viagem, esse é o mais novo. O segundo camelo consegue completar o trajeto com 3 dias de viagem, o terceiro com 6 dias, o quarto com 8 dias de viagem e o camelo mais velho, que já não lhe restava muitos dias de vida, precisava de 12 dias para completar a viagem.

Beremiz parou por alguns instantes para refletir sobre o problema, logo soube dar a resposta do problema proposto.

– São 5 camelos, sendo que em cada viagem iria dois e voltaria um, dando um total de 4 idas e 3 voltas. Sendo assim, na primeira viagem você levaria o primeiro e o segundo camelo, gastando 3 dias na ida, e voltaria com o primeiro camelo, gastando ao todo 4 dias. Na segunda viagem, levaria consigo o quarto e o quinto camelo, gastando mais 12 dias para ir até Constantinopla, dando um total de 16 dias, e voltaria com o segundo camelo, gastando mais três dias para voltar, dando assim um total de 19 dias gastos. Na terceira viagem levaria o primeiro e o segundo camelo, deixando o terceiro camelo em Constantinopla, gastando assim um total de 22 dias e ainda restaria o terceiro camelo para trás, e no fim bastaria voltar com primeiro camelo e levar consigo o primeiro e o terceiro camelo para Constantinopla, dando um total de 29 dias gastos para levar todos os camelos.

| Ida | Volta | Dias na ida | Dias na volta | Total de dias |
|---------------------|----------|-------------|---------------|---------------|
| Primeiro e Segundo | Primeiro | 3 | 1 | 4 |
| Quarto e Quinto | Segundo | 12 | 3 | 19 |
| Primeiro e Segundo | Primeiro | 3 | 1 | 23 |
| Primeiro e Terceiro | X | 6 | X | 29 |

Tabela 1: esquema das viagens dos camelos.

Fonte: o próprio autor.

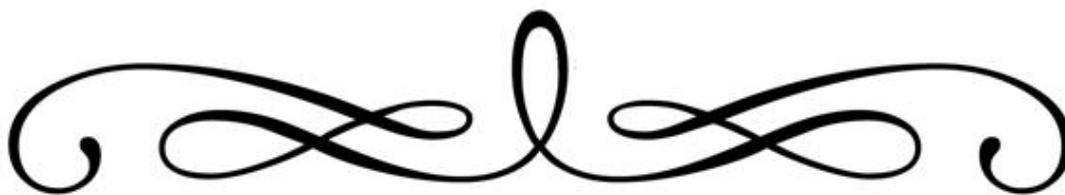
O comerciante parou para analisar a explicação e ficou muito grato pela ajuda. Em troca nos ofereceu a melhor garrafa de vinho tinto de toda Pérsia e nos convidou para entrar passar a noite em sua casa. Mas tínhamos acabado de sair da estalagem e uma viagem de

retorno para seguir. Assim, agradecemos a acolhida e aceitamos apenas o vinho e fomos nos preparar para seguir a nossa viagem.

Referências:

SINGH, S. **O Último Teorema de Fermat**. 1ª edição. Rio de Janeiro: Editora Best Bolso, 2014.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. São Paulo: Editora Círculo do Livro, 1983.



CAPÍTULO XLII
O TRUQUE DAS 21 CARTAS

Amanda Braga

Gustavo Del Mercato de Angelo

Visito Beremiz e sua família novamente. A feira e o truque de mágica de Nabih. A aposta feita por Telassim. Como Beremiz ganha o dobro do dinheiro perdido por sua esposa. Uma aula sobre divisão para seus filhos com as cartas.

Alguns meses se passaram após aquela viagem na qual visitamos as cidades de Saná e Batistana, além de povoados próximos. Depois de nosso retorno fiquei sem ver meu querido amigo por muito tempo. Andava atarefado com muitos negócios entre Bagdá e Constantinopla. Mas, enfim, consigo marcar minha visita para o final do mês de *Rajab*.

Chegou o dia de visitar meu antigo companheiro. Há alguns anos venho à sua casa para ter aulas de Matemática. Agora seus filhos já têm idade para compreender alguns dos ensinamentos do pai e pedem para acompanhar nossas conversas. Nos sentamos no chão, atrás da casa, os meninos e eu sentados de frente para Beremiz. Ele sempre me contava das relações entre os números, entre a matemática e o mundo, os mistérios ainda inexplicáveis dessa ciência. Hoje ele quis dar mais atenção aos filhos, falando sobre divisão.

– Gostaria de falar sobre divisão aos meus filhos hoje. Meu menino mais novo ficou curioso sobre o problema dos camelos¹⁶, que resolvi no passado, quando viajavamos juntos, antes de chegar à Bagdá. Ele ainda não conhece as operações básicas e quero retomar a divisão com os outros dois.

Mesmo já sabendo como fazer uma divisão usando o algoritmo de Euclides, quis saber como o calculista apresentava a Matemática aos seus filhos.

Findada a aula, sua carinhosa esposa veio ao nosso encontro comentando entusiasmada sobre uma feira no centro de Constantinopla.

¹⁶ Ver capítulo III de TAHAN, 2001.

– Hank Tade-Maiá, que prazer tê-lo aqui em nossa casa mais uma vez! Disse Telassim. – Há alguns dias teve início uma feira no centro da cidade. Desde que tomei conhecimento da notícia, peço para que meu esposo me acompanhe até lá, mas ele insistiu em esperar pela sua visita para que fôssemos todos juntos.

– Fico honrado pela decisão. Seria um enorme prazer acompanhá-los à feira.

Animada, Telassim levou seus filhos para prepará-los para o passeio, enquanto eu aguardava na companhia de meu sorridente amigo. Quando voltaram, era evidente a empolgação no rosto dos pequenos. Meu coração se enche de alegria de ver o quanto Deus têm abençoado a vida de meu amigo Beremiz.

Chegando à feira nos separamos, Telassim e seus filhos foram visitar as barracas enquanto Beremiz e eu ficamos conversando. Após algum tempo o filho mais velho apareceu correndo:

– Pai, mamãe acaba de perder uma aposta com o mágico Nabih.

Assim que encontramos Telassim, ela nos explicou que apostara com o mágico que conseguiria repetir seu truque com as cartas, mas não obteve sucesso.

O mágico, ao ver Beremiz ao lado de sua esposa, disse que lhe pagaria o dobro da quantia perdida por Telassim se ele conseguisse reproduzir seu truque observando sua execução apenas uma vez.

O homem pegou um conjunto de cartas, abriu-as em forma de leque e pediu que Beremiz escolhesse uma dentre elas e não mostrasse para ele, retornando-a ao baralho. Logo após embaralhou as cartas e começou a dividi-las em 3 colunas, com o desenho que indicava o valor voltado para cima, colocando uma carta em cada coluna, da direita para a esquerda, fileira por fileira, até findar seu baralho, totalizando 7 cartas em cada coluna. Pediu para que Beremiz indicasse em qual coluna se encontrava a carta por ele escolhida. Assim que o calculista indicou a coluna, o mágico rapidamente juntou as cartas e as separou novamente, da mesma forma como fez na primeira vez, pedindo para que o calculista indicasse onde estava sua carta. O mágico repetiu o processo uma terceira vez e, na quarta, ao invés de separar as cartas em colunas, separou-as em grupos de três, com o desenho voltado para baixo, de forma a esconder seu valor, formando sete grupos.



Figura 1: Cartas divididas nas colunas com suas respectivas posições.
Fonte: Numberphile.

– Peça agora que escolha quatro destes sete grupos de cartas, disse o mágico, indicando com as mãos as cartas na mesa.

O calculista, muito atento e sem proferir palavra alguma, indicou quatro grupos, que foram retirados da mesa pelo mágico, restando três.

– Escolha agora mais dois grupos.

O calculista indicou os grupos, mas dessa vez o mágico fez o oposto do que tinha feito anteriormente, retirando não os grupos escolhidos, mas o que não fora apontado por Beremiz, restando assim dois grupos de cartas sobre a mesa.

– Escolha um destes grupos.

Beremiz indicou um deles e, novamente, o mágico retirou da mesa o grupo que não foi escolhido.



Figura 2: Grupos de cartas formados no final do truque.
Fonte: Numberphile.

O mágico separou as três cartas restantes sobre a mesa e pediu a Beremiz que escolhesse duas cartas. Meu amigo apontou para duas delas e o mágico as retirou, como

havia feito na primeira vez. A carta que sobrou foi desvirada pelo mágico, revelando seu valor. Para a surpresa de todos que estavam ao redor observando, a carta restante era justamente a que foi escolhida pelo calculista no início da mágica. Todos ficaram admirados com a habilidade do mágico, pois mesmo com a aleatoriedade das escolhas finais do calculista ele ainda conseguiu desvendar qual era a carta escolhida.

– Conseguiu entender o truque? Serás capaz de reproduzi-lo? Perguntou o mágico a Beremiz.

– Nunca havia presenciado um homem com tanta habilidade com as cartas quanto este. Fico maravilhado com a destreza e criatividade que Deus deu a este homem. Compreendi como este truque é feito. Ele é possível graças à Matemática. Sim, a Matemática está presente aqui e vou mostrar como – respondeu o calculista, tomando as cartas da mão do mágico que as erguia em sua direção. Deve-se notar que se trata de um número específico de cartas: temos vinte e uma. Não é preciso decorar quais são os valores das cartas, basta saber como funciona o algoritmo da divisão. Considere a posição de cada carta no baralho, a do topo é a primeira, logo abaixo vem a segunda e assim até a vigésima primeira. Ao escolher uma carta estamos escolhendo uma posição. Notem que essa posição não é fixa, uma vez que após escolhida a carta o baralho é embaralhado, alterando a posição de todas elas. Ao dividir as cartas nas três colunas, preenchendo cada fileira da direita para a esquerda podemos considerar que estamos separando as cartas de acordo com o resto da divisão da posição da carta por três, sendo que na coluna da direita encontram-se as cartas cujo resto dessa divisão é 1, na coluna do meio com resto 2 e na coluna da esquerda com resto zero. Ou seja, a primeira carta, que tem posição 1, deve ficar na coluna da direita, pois a divisão de 1 por 3 deixa resto 1. Dessa forma, na coluna da direita teremos as cartas de posições 1, 4, 7, 10, 13, 16 e 19; na coluna do meio as cartas de posição 2, 5, 8, 11, 14, 17 e 20; na coluna da esquerda, as de posição 3, 6, 9, 12, 15, 18 e 21.



Figura 3: Colunas dos restos da divisão da posição da carta por 3. Da esquerda para direita: resto 0, resto 2 e resto 1.
Fonte: Numberphile.

– A carta escolhida inicialmente pode estar em qualquer uma das colunas. Uma vez que o participante indica em qual delas se encontra a sua carta pode-se afirmar que ela estará dentre as sete cartas daquela coluna. Vamos supor que a carta escolhida esteja na coluna da direita, logo pode-se afirmar que será uma das sete cartas dessa coluna.

– Uma vez indicada a coluna, o mágico reúne todas as cartas e as divide novamente, mas, devido à agilidade com que realiza esse passo, é imperceptível que ele coloca as cartas da coluna escolhida entre as cartas das outras colunas, ou seja, as cartas da coluna da direita estarão acima das cartas da coluna do meio e abaixo das cartas da coluna da esquerda. Dessa forma as cartas da coluna escolhida adquirem novas posições: sabemos que a carta escolhida deverá ser uma das cartas de posição 8, 9, 10, 11, 12, 13 ou 14.



Figura 4: A coluna que possui a carta escolhida deve ficar entre as outras colunas.
Fonte: Numberphile.

– Ao dividir as cartas nas colunas novamente, saberemos que a carta escolhida não será nenhuma das primeiras sete cartas, pois elas correspondem às cartas da coluna do meio. As cartas prováveis estarão divididas da seguinte forma: na coluna da direita teremos as cartas de posição 10 e 13, pois deixam resto 1 na divisão por 3, na coluna do meio as de posição 8, 11 e 14, pois deixam resto 2, e na coluna da esquerda as cartas de posição 9 e 12. Dessa forma, quando o participante indicar a coluna na qual se encontra sua carta poderemos desconsiderar as outras.

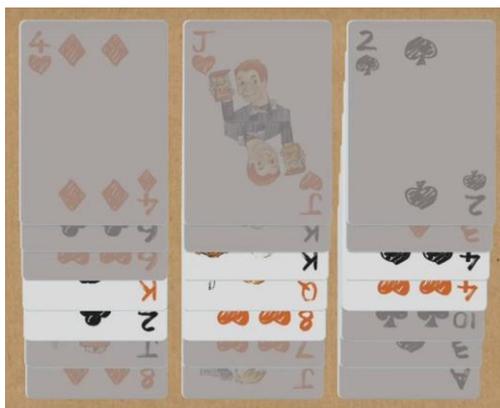


Figura 5: As cartas da coluna indicada no primeiro passo estarão distribuídas nas três colunas na segunda divisão das cartas. A posição das cartas é contada conforme elas são colocadas na mesa, ou seja, da direita para a esquerda, de baixo para cima.

Fonte: Numberphile.

– Consideremos que a carta escolhida esteja na coluna da esquerda, ou seja, pode ser a carta de posição 9 ou 12. Novamente o mágico deve colocar as cartas dessa coluna entre as demais, acima das cartas da coluna do meio e abaixo das cartas da coluna da direita. Assim, as novas posições dessas cartas serão 10 e 11, pois as 7 primeiras cartas serão aquelas que eram da coluna da direita, depois as duas cartas da coluna indicada que não têm possibilidade de ser a escolhida, em seguida as duas cartas prováveis e as demais.

– Na última divisão das cartas, aquelas com chance de ser a que foi escolhida estarão na quarta fileira das colunas da direita (posições 1, 4, 7, **10**, 13, 16, 19) e do meio (posições 2, 5, 8, **11**, 14, 17, 20). Assim, quando o participante indicar em qual coluna se encontra sua carta, o mágico saberá imediatamente qual foi a carta escolhida.

Todos ficaram admirados com a explicação dada, mas faltava a parte mais intrigante do truque: como o mágico Nabih contornou a aleatoriedade das escolhas de Beremiz no final?

– Para finalizar o truque – disse Beremiz – basta juntar as cartas novamente, atentando para manter a coluna indicada entre as outras, como foi feito nas vezes anteriores. A nova posição da carta escolhida passa a ser 11, pois não é nenhuma das sete primeiras,

que são de uma das colunas que não foram indicadas, nem as três seguintes. Ao separar as cartas na mesa em sete grupos de três cartas, viradas para baixo, saberemos que a carta escolhida estará no quarto grupo formado, acima da carta de posição 10 e abaixo da carta de posição 12, pois com 11 cartas pode-se formar três grupos de 3 cartas, sobrando duas, que estarão no grupo seguinte. A mágica nessa parte nada tem a ver com as escolhas feitas pelo participante, dependem apenas da habilidade do mágico em distraí-lo. Quando Nabih me pediu para escolher 4 grupos, não disse o que faria com eles. Em nenhuma das vezes que ele pediu para que eu escolhesse os grupos de cartas me disse o que faria, sendo que ora os retirava, ora os deixava sobre a mesa, sem nenhum critério aparente. O que determina a escolha da ação do mágico é o conhecimento da posição da carta, do grupo em que ela está. Assim, nas vezes em que eu escolhi apenas grupos que não continham a minha carta, Nabih os retirava, já nas vezes que o grupo no qual minha carta se encontrava estava entre os grupos por mim escolhidos, ele os mantinha e retirava os demais. A habilidade de Nabih em nos distrair é o que tornou a mágica grandiosa, mas todos veem agora que nada há de misterioso, tudo se resume a operações matemáticas.

– Ninguém nunca havia conseguido reproduzir este truque antes, muito menos explicá-lo do ponto de vista matemático com tanta perfeição, disse o mágico Nabih. Aqui está o dinheiro que prometi, o dobro do valor perdido por sua esposa. É uma honra ter encontrado tão habilidoso homem, que apenas de observar uma vez a execução do truque foi capaz de entendê-lo e explicá-lo de forma tão clara, de forma que todos aqui ficaram admirados com tua inteligência e eloquência.

– Eu que me sinto honrado por ter presenciado este truque, nunca havia visto uma brincadeira com cartas que se relacionasse tanto com a Matemática. Mas não era de se esperar menos genialidade de um mágico chamado Nabih, que significa esperto, sagaz. Agradeço por ter tido a chance de mostrar aos meus filhos como a Matemática está presente onde menos se espera. Hoje mesmo, antes de decidirmos vir à feira dei uma aula a eles sobre divisão.

– Que sorte a desses meninos! Ter um pai tão sábio!

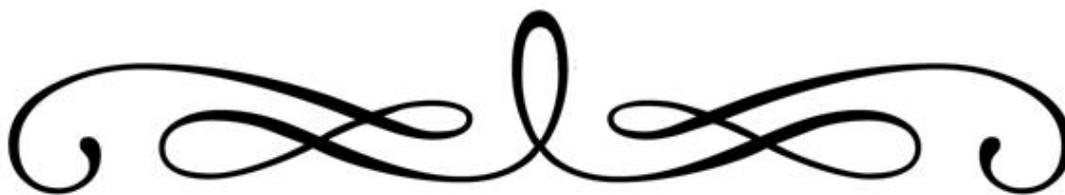
Retornamos à casa de meu amigo. Os meninos não paravam de discutir sobre a mágica e indagar o pai sobre alguns detalhes da explicação. Telassim, que seguia o caminho abraçada ao seu marido, sorria e dizia que ainda tinha muito que aprender com ele.

Adoro visitar Beremiz, sempre aprendo algo novo, mesmo sobre assuntos que considerava já ter bom conhecimento.

Referências:

NUMBERPHILE. **21-card trick** – Numberphile. 2018. Disponível em:
<<https://www.youtube.com/watch?v=d7dg7gVDWyg>>. Acesso em 24 de julho de 2018.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 2001.



CAPÍTULO XLIII

BEREMIZ SAMIR ENCONTRA DEMÓSTENES DE SARDES

Anderson da Silva Campos

Wesley Cunha de Jesus

Demóstenes visita o calculista, com o intuito de testar a inteligência de Beremiz Samir. O problema do prisioneiro. O problema do movimento das rodas na olaria.

Beremiz Samir já havia deixado Bagdá há muitos anos, porém o seu amor pela Matemática não havia desvanecido. Agora na nova cidade Constantinopla, fazia os seus afazeres e mantinha-se algum tempo absorto com os pensamentos matemáticos e novos problemas que sempre apareciam. Havia muitos gregos naquela parte do mundo e um deles acabou conhecendo Beremiz Samir. Foi o grego Demóstenes de Sardes que, conhecendo a fama precedente de Beremiz como exímio calculista, quis conhecê-lo melhor. Demóstenes era versado em religião cristã, na Filosofia de Santo Agostinho e na Lógica de Aristóteles. Ele teve seus primeiros ensinamentos com monges que faziam traduções dos textos árabes e liam textos de gregos antigos. Um monge bizantino havia dado a ele noções sobre lógica aristotélica.

Aristóteles foi um filósofo que nasceu em Estagira em 384 a.C., morreu em 322 a.C. e pode ser considerado o pai das ciências naturais. Foi ele quem sistematizou as leis da Lógica. Demóstenes, especialista nas leis da lógica de Aristóteles, achava-se preparado para aprofundar seus estudos na Matemática ou em qualquer outra ciência, tendo embasamento para inferências e observações científicas. Ao ouvir as histórias de Beremiz, sobre como foi recebido na corte do Califa em Bagdá e como resolveu problemas de Lógica, envolvendo as escravas e os discos¹⁷, ficou fascinado.

¹⁷ Ver capítulo XXXI e XXXIII de TAHAN (2001).

Em uma das ocasiões em uma reunião pública, Demóstenes apresentou-se ao Calculista que o recebeu gentilmente. Demóstenes mostrou-se ser um grande entusiasta de Lógica e, ao aproximar de Beremiz Samir, disse:

– Como vai, grande homem? Saudou Demóstenes.

Beremiz fez uma reverência saudando-o também.

– Em nome de Deus e Jesus, filho de Maria, escutei de muitos vossas histórias e como fostes brilhante nas soluções de problemas intrigantes de Matemática na corte do Califa.

Beremiz Samir respondeu que admirou o Califa pela sua liberalidade e civilidade e que sempre foi muito bem tratado, ante as várias vicissitudes contrárias pela qual passou.

Demóstenes disse:

– Admiro-te e gostaria de propor um problema, se vós assim permitir e se não irei perturbar-te.

Beremiz Samir disse:

– Podes falar, amigo, qual é o problema? Pois bem debes saber que quanto mais se resolve problemas matemáticos mais habilidoso se fica.

Demóstenes então disse:

– Quero propor um problema para o qual muitos ainda não me deram uma resposta satisfatória. Trata-se de um enigma lógico, que me perturba há anos, que vem de uma antiga história. A história é a seguinte:

“Um prisioneiro havia sido condenado à pena de morte. Mas como era prática do rei ser complacente, ele propôs ao prisioneiro uma condição de escapar da pena. Havia, diante do rei e de todos presentes na corte, duas portas. Então o rei propôs ao prisioneiro o seguinte problema:

– Naquelas duas portas há dois guardas. Um guarda sempre diz mentiras e outro sempre diz a verdade. Uma porta leva-te a liberdade e outra leva-te à morte, pois há flecheiros atrás de uma das portas. Assim se o prisioneiro escolhe a porta errada é morto rapidamente. Os guardas sabem qual das portas levam à liberdade e qual leva à morte. E os guarda se conhecem. Pois bem. Você poderá fazer uma única pergunta para cada guarda para poder decidir qual porta escolher.

Assim, qual será a porta que leva a liberdade e qual leva à morte?”

Beremiz Samir ficou um tempo absorto em suas meditações e então falou:

– O problema que você propôs é um problema de Lógica. Um guarda sempre fala a verdade e o outro sempre mente. Não sabemos qual dos guardas mente e qual dos guardas fala a verdade. Se você perguntar para um dos guardas qual porta leva à saída, ambos dariam respostas diferentes. O problema consiste em fazermos que as respostas dos guardas se concentrem em uma das portas e, ao fazer isto, temos que propor que as respostas entrem em contradição consigo mesmas.

Beremiz Samir continuou sua explicação para Demóstenes:

– Para cada guarda você perguntaria: “Se você fosse o outro guarda, qual porta você mandaria eu abrir?” Se o guarda fosse o mentiroso mandaria para a porta dos flecheiros. Porém se fosse o guarda que sempre diz a verdade, também falaria a porta dos flecheiros, pois o colega dele é o mentiroso.

– E faria, também, a mesma pergunta para o outro guarda: “Se você fosse o outro guarda qual porta você mandaria eu abrir?” Assim, temos duas hipóteses:

– 1ª Hipótese: se o guarda fosse mentiroso, mandaria o prisioneiro para a porta dos flecheiros. 2ª Hipótese: se o guarda fosse o que sempre diz a verdade, mandaria também para a porta dos flecheiros.

– Assim a solução seria abrir a porta contrária à que os guardas indicaram. E ser livre.

Demóstenes maravilhado disse:

– Que grande calculista és tú! Por isto vossa fama atravessa o oriente e o ocidente! As maravilhas da Lógica e do pensamento consistente é a base da Matemática!

O grego ficou maravilhado com a solução e então disse a Beremiz Samir que gostaria de vê-lo daqui há algumas semanas, pois gostaria de discutir mais enigmas com ele.

Beremiz Samir então disse:

– Amigo, fique à vontade, creio que a providência divina deseja o nosso próximo encontro. As questões matemáticas são sempre boas para a humanidade e nada faz divergência entre povos e até religiões.

Demóstenes pegou o seu cajado e seguiu em direção a Mileto, pois tinha coisas para fazer naquela cidade, onde oradores e teólogos iriam fazer o concílio sobre questões teológicas. As questões que ele foi debater com outros sábios eram de natureza teológica, porém, para ele, tanto a Teologia, quanto a Matemática, versavam sobre o conhecimento e busca da verdade. E que verdade é mais forte em saber sobre os aspectos da natureza divina? A verdade nas escrituras era a busca do homem sobre a onipotência, a onisciência

e a onipresença divina, buscando quais textos sobre ela versavam. Assim, estava finalizando seus estudos do cristianismo. A busca agostiniana de Deus.

Beremiz se pôs a caminhar para sua residência e a contemplar o mar que fazia vista a sua casa. Então um pensamento venho a sua mente. Como era bom estar vivo!

Passadas algumas semanas, Beremiz Samir estava na praça da cidade, quando viu que Demóstenes de Sardes estava vindo ao seu encontro e levantou para cumprimentá-lo.

Ele estava com uma aparência cansada por causa da viagem. Não havia comido muito no caminho, no entanto estava com olhar alegre e não estava de maneira nenhuma exaurido. Depois de sentar-se em um dos bancos da praça, de ter tomado água do seu cantil e comido um pedaço de pão sírio que levava para as grandes caminhadas, Demóstenes se pôs a ver a praça onde Beremiz gostava de passar a tarde, quando não havia nenhum encargo. Beremiz contemplou e esperou quais seriam as questões que tal forasteiro viria a ter com ele.

Logo Demóstenes relatou o seu encontro com outros sábios, para os quais ele havia contado como o Calculista havia resolvido, de modo tão claro, o famoso dilema do prisioneiro. Demóstenes contou, também que ouviu de seus colegas outros problemas lógicos bastante criativos, mas que um deles o intrigou, pois não encontrou solução simples. Beremiz, então, ouviu o relato de Demóstenes, que propôs o seguinte problema:

Havia em Sardes uma olaria, na qual haviam três rodas com diâmetros diferentes. As três rodas foram marcadas com um ponto no início do movimento, de modo que todos os pontos ficaram coincidentes assim. A roda gira, de acordo com o movimento que os pés fazem em um pedal, e uma correia movimenta a roda onde se faz modelagem dos vasos. É grande a olaria em Sardes. Pois bem, a cada dois movimentos no pé, a roda 1 faz uma volta completa, a cada cinco movimentos a roda 2 faz uma volta completa e a cada sete movimentos, a roda 3 faz uma volta completa. Supondo que as três rodas comecem com os pontos iniciais coincidentes, quantos movimentos dos pés serão necessários fazer para que os pontos da roda coincidam novamente?

Depois de pensar brevemente, por alguns instantes, Beremiz disse:

– O vosso problema representa uma espécie de contagem de múltiplos entre os movimentos feitos nos pedais. E qual momento destes múltiplos iriam coincidir? De modo que dizemos que será um número múltiplo comum do movimento das três rodas.

– Pois bem, escrevemos o número de movimentos dos pedais e de cada roda correspondente nesta tabela:

| Nº da Roda | Movimento no pedal |
|------------|--------------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |

Tabela 1: Movimentos dos pedais.
Fonte: Autoria Própria.

– As rodas 1 e 2 coincidem a cada 10 movimentos nos pedais. E a roda 3 ainda estaria fazendo o segundo giro de modo que os pontos não coincidem. Pois neste momento, já se passaram 14 movimentos nos pedais. E com isto, vimos que no movimento de número vinte 20, as rodas 1 e 2 se coincidem de modo que o padrão se repete para 30, 40, 50 e assim por diante. No entanto a roda 3, podemos observar que temos sempre números múltiplos de 7 (7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70). O múltiplo que será comum para as rodas 1, 2 e 3 será o número 70. Assim, os movimentos dos pedais que farão as rodas 1, 2 e 3 entrar novamente em sincronismo, serão quando os pedais fizerem o 70º movimento.

Demóstenes ficou convencido da inteligência de Beremiz Samir, e com isto disse:

– Não o tentarei mais, Beremiz Samir! Já vi que és um exímio calculista!

Assim, Beremiz Samir se sentou ao seu lado na praça, vendo passar a tarde naquele dia. O sol se extinguindo no poente. Querendo mostrar os seus conhecimentos, Demóstenes disse:

– Há um enigma interessante na Bíblia, proposto por Sansão. Ele o propôs durante a festa do seu casamento aos seus convidados: “Do comilão saiu comida; do que é forte saiu doçura” Era justamente o leão que ele matou e que um enxame de abelhas fez mel. Por causa do enigma o casamento de Sansão deu errado, pois sua esposa – Dalila – revelou o segredo de sua força para aos convidados e Sansão voltou para a casa do seu pai, indignado.

Os dois riram, pois um, resolvendo enigmas, conseguiu um casamento¹⁸ e outro, propondo enigmas, perdeu o casamento. Assim, Demóstenes disse que ele mesmo já havia se enamorado de uma estrangeira do distante país negro de Axum. Seu nome era Sefra de Axum. Conheceu-a em uma viagem ao Egito, em uma caravana vindo da Núbia e do distante Reino de Axum. Porém, ela não pode ficar, pois já estava voltando para o seu país. Não antes de mostrar a sua afeição e dedicar o seu canto:

*Seu amor de feições,
Seu mistério distante.*

¹⁸ Ver capítulo XXXIII TAHAN (2001).

*De Sabá a luzidia pele,
Alegria e perfeição.
Portanto seu distante,
Vai beleza das areias.
Vindo da Grécia conhecimento,
Vindo de Axum,
Apaziguamento.*

– Ela deixou comigo um jogo de seu país chamado de Oware, que eu pratico quando penso nela. E, diga-se de passagem, é muito bom para cálculos, se você quiser tentar.

Depois do sol se extinguir os dois se despediram. Demóstenes disse que pretendia vê-lo em outras oportunidades e Beremiz voltou para a sua casa. Demóstenes se foi para Sardes.

Referências:

ALMEIDA, A. Q. G.; MONTEIRO, C. E. F. A Utilização do Jogo Oware para Promover o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais de uma Escola Quilombola. **Revista do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS): Perspectivas da Educação Matemática** – INMA/UFMS – v. 9, n. 21 – Seção Temática, Campo Grande: UFMS, 2016.

BRANCO, A. M. V. Do Reino de Axum ao Reino da Etiópia (Século I D.C. Ao Século XVII): A Força e o Isolamento do Cristianismo na África do Norte e Nordeste. **Millenium**, 48 (jan/jun). Pp. 63-74, 2015.

TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro, Editora Record, 2001.



CAPÍTULO XLIV

A HERANÇA DE BEREMIZ

Camila Nascimento de Almeida

Reencontro com Beremiz. O problema do caminho percorrido. Beremiz ensina uma grande lição aos seus filhos.

Decidi um dia desses, como de costume, visitar Beremiz em Constantinopla, onde passava o restante de seus dias felizes e tranquilos junto à Telassim e seus três filhos já jovens: Abdiel, Adonias e Zadoque. Beremiz, como eu de mesma maneira, já estava velho, cansava rápido de viajar pela bela Constantinopla resolvendo grandes desafios matemáticos, mas sua astúcia continuava com o mesmo ímpeto de anteriormente.

Eu, chegando aos aposentos de meu grande amigo, que parecia quase um palácio, o encontrei apreensivo, pensativo, refletindo sobre as histórias da vida e sobre a preocupação com o futuro da família e dos bens já adquiridos.

– Sei que a minha morte se aproxima, disse Beremiz. – Eu e Telassim fomos e somos muito abençoados e felizes por *Allah*. Nossos filhos são maravilhosos e gostaria de aproveitar a oportunidade para ensiná-los uma grande lição para a vida. Através do desafio que irei propor, saberei como anda o que temos de mais precioso e presenteado por Deus, que é a obediência para com os ensinamentos Dele e o respeito a quem amamos.

Nesse momento, eu recordava saudosamente as lembranças de tudo que passamos juntos e de que como era sempre surpreendido pela perspicácia de Beremiz.

– Telassim, minha querida esposa, chame os frutos de nosso abençoado amor para um pequeno desafio.

Telassim voltou com os três filhos, já crescidos e entrando na fase da vida adulta.

– Ó meus adoráveis filhos! Sei que meu tempo nessas terras cessarão em breve e gostaria de deixar uma grande herança para vocês. Para isso, preciso saber em quem confiar e, assim, poder descansar nos céus, sabendo que todos os meus bens estarão em boas mãos e administrados da melhor forma possível.

– Claro, meu pai, digno de toda sabedoria, disseram os três filhos.

– Preciso que vocês cheguem ao grande poço da cidade, onde existe uma famosa água da juventude, que me dará forças para passar mais alguns dos meus dias, até que o Senhor queira minha presença em seu Lar. Mas antes preciso que cada um busque em qualquer parte dos muros dessa cidade um pote de argila para trazer a água para mim. Cada um de vocês sairá por uma direção diferente rumo aos muros da cidade e terão que passar no poço logo em seguida. Depois disso, virão pela estrada principal da cidade até nosso lar e o primeiro que me trouxer a água, me fará um homem mais vigoroso para passar mais dias nesta terra.

Eu não entendia o que se passava na cabeça de Beremiz ao propor esse desafio para seus filhos e qual seria a grande herança que ele gostaria de deixar para o futuro deles.

Beremiz completou as instruções para seus filhos dizendo que cada um deles deveria caminhar durante todo o percurso até o muro e continuar caminhando até o poço. Não seria permitido camelos ou qualquer outra forma de locomoção diferente do andar dos pés.

Depois do almoço em família, os três filhos partiram em direção ao muro que rodeava toda a cidade em busca dos potes de argila pedidos pelo pai. Abdiel foi na direção nordeste, Adonias na direção noroeste e Zadoque na direção norte. A cidade toda não possuía diferenças de relevo entre os três caminhos percorridos pelos filhos, mas todos teriam que atravessar um deserto em busca de realizar o grande desejo do pai.

Logo ao deitar do Sol, eis que se aproxima velozmente Zadoque com a água no pote, conforme o combinado por Beremiz. Beremiz dá um grande abraço no filho, bebe a água e se deita aguardando os outros filhos retornarem ao lar. Enquanto isso, Telassim acompanha Zadoque até a sala de jantar para que ele pudesse se alimentar e tomar um banho revigorante.

– Zadoque chegou primeiro, que homem veloz! Disse eu, impressionado pela velocidade de Zadoque e esperando a grande herança que estava reservada ao vitorioso.

Após cerca de três horas, aparecem Adonias e Abdiel, já sabendo da derrota para o irmão mais velho pois coincidentemente ambos haviam chegado juntos no poço e foram informados por moradores locais que o irmão já havia chegado e saído de lá.

Beremiz ficou feliz ao vê-los e tomou a água recebida.

– Ó meus filhos, fico muito feliz em vê-los chegando juntos. Telassim, prepare mais dois banhos e alimente nossos filhos. Logo mais quero conversar com os três.

– Então, Zadoque foi o grande vencedor da competição? Perguntei, esperando receber uma pista do grande prêmio destinado ao veloz filho.

– Ó, meu querido amigo Hank, está claro, para mim, que há um entre meus filhos que precisa aprender uma grande lição. Os três deveriam chegar no mesmo momento no poço para buscar a água.

– Como assim? Indaguei-o. Cada um de seus filhos partiram em direções completamente diferentes em direção aos muros e chegaram por caminhos diferentes no poço.

– Ora meu caro, é simples. Os três possuem tipos físicos parecidos e velocidades semelhantes. E, por ordem minha, há muitos anos atrás, os muros que cercam essa cidade possuem um formato geométrico peculiar. Estrategicamente, este belo palácio onde estou tendo essa maravilhosa oportunidade de conversar com você agora, e onde permaneço com minha família, foi construído de maneira também meticulosamente planejada.

Nesse instante, os três filhos se aproximaram do pai e Zadoque estava copiosamente em lágrimas pedindo perdão aos irmãos e ao pai.

– Me perdoe pai! Disse aos prantos Zadoque. E espero que também me perdoem, meus irmãos! Logo na metade do caminho até o muro, utilizei um camelo para aumentar a velocidade, por isso cheguei mais rápido do que vocês no poço de água ... Não sou digno da tua recompensa, meu pai. Sou indigno de recebê-la.

Calmamente, Beremiz se aproximou de Zadoque e disse:

– Eu já sabia, meu filho ... Fico contente que logo confessou a todos o que ocorreu. Seu nome significa ‘Honesto, aquele que é justo’ e você fez jus ao belo nome que lhe escolhi.

Eu, sem entender nada do que estava acontecendo, os interrompi.

– Como assim você já sabia? Me explique mais detalhadamente, por favor...

– Claro, respondeu Beremiz. Vamos todos até a areia para eu mostrar-lhes algo interessante.

Partimos em direção à areia que ficava ao lado de fora dos aposentos de Beremiz e onde Telassim nos aguardava com um belo refresco para o dia quente. Beremiz pega dois pedaços de galhos secos e finca-os no chão. Depois pega uma corda e amarra uma ponta em cada galho fincado, de maneira a não deixar a corda esticada, mas sim com um pedaço de sobra.

Assim iniciou Beremiz: “O local onde este galho está posicionado representa o aposento onde estamos agora. Já o outro galho representando o local do poço.

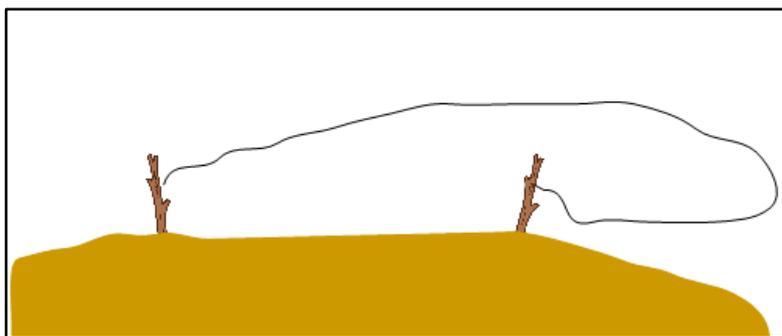


Figura 1: Galhos representando o local do palácio e o poço

Fonte: galho (<https://www.educolorir.com/imagem-galho-i29169.htm>), montagem: autora

– Agora, meu caro, desenharei como foi feita a construção do muro da cidade.

Beremiz estica a corda e marca na areia toda curva criada pela corda presa nos galhos no chão”.

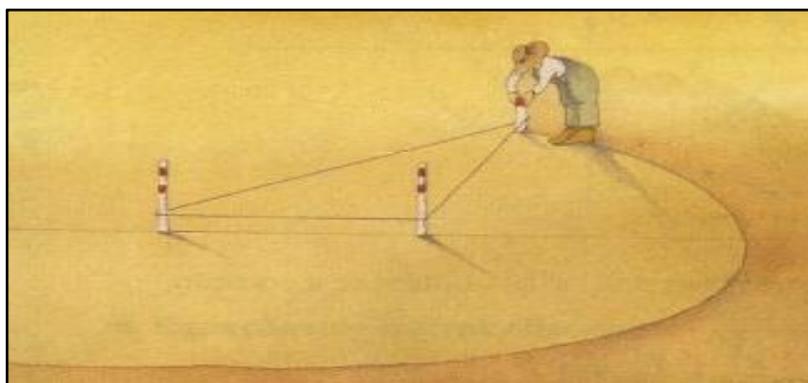


Figura 2: Beremiz desenhando o mapa da cidade

Fonte: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm27/ellipse.htm>

Vejo que a forma criada no chão por Beremiz é algo semelhante à uma circunferência.

– Isso é uma elipse, meu caro. Disse Beremiz. – Agora marcarei os locais onde cada um de meus filhos buscou o pote de argila nos muros. Veja, neste ponto Abdiel chegou. Neste foi Adonias e aqui foi Zadoque.

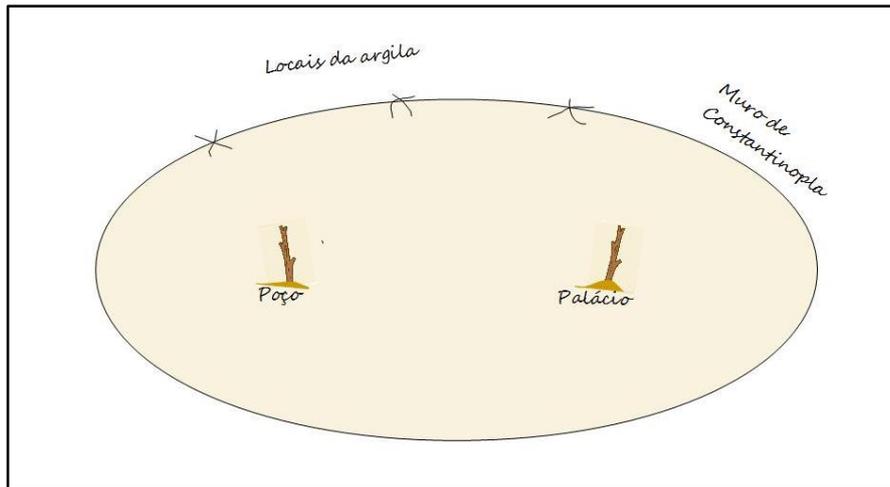


Figura 3: Mapa com locais do muro visitados pelos filhos de Beremiz
Fonte: galho (<https://www.educolorir.com/imagem-galho-i29169.html>). Montagem: autora

Beremiz finalizou seu desenho marcando o caminho percorrido pelos filhos.

– Veja, meu caro amigo, cada um deles percorreu a mesma distância. Essa é uma das propriedades da elipse! O local do poço e de minha casa foram construídos no que chamamos de focos da elipse. O interessante é que, como vocês puderam perceber durante o desenho do muro da cidade, a elipse é conjunto de pontos P tal que a soma das distâncias do ponto P aos dois focos separados (no nosso caso, o poço e o palácio) é sempre constante. Podemos comprovar isso pois, para traçar a curva que representa o muro, utilizei o mesmo pedaço de corda esticado.

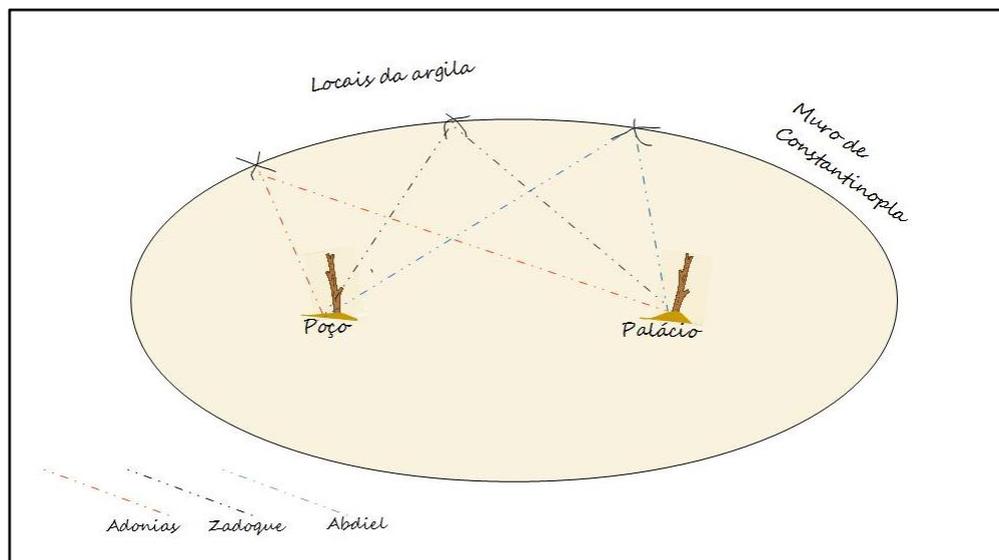


Figura 4: Desenho de Beremiz com marcação dos pontos estratégicos da elipse
Fonte: galho (<https://www.educolorir.com/imagem-galho-i29169.html>). Montagem: autora

Continuou Beremiz – A elipse, junto com a hipérbole e a parábola, são as conhecidas cônicas, desde antes de Euclides¹⁹.

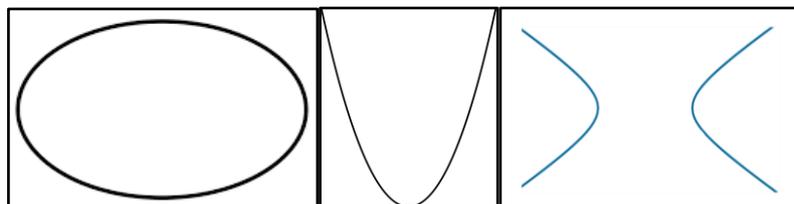


Figura 5: Elipse, parábola e hipérbole, respectivamente
Fonte: própria autora

– Um das primeiras grandes obras que abordou este tema foi *As Cônicas* de Apolônio, que ficou famosa pela definição das três figuras sendo obtidas a partir de cortes inclinados em cones não necessariamente retos e que, de maneira resumida, trazia uma visão diferente para a construção da hipérbole partindo de um cone de duas folhas e não mais de uma.

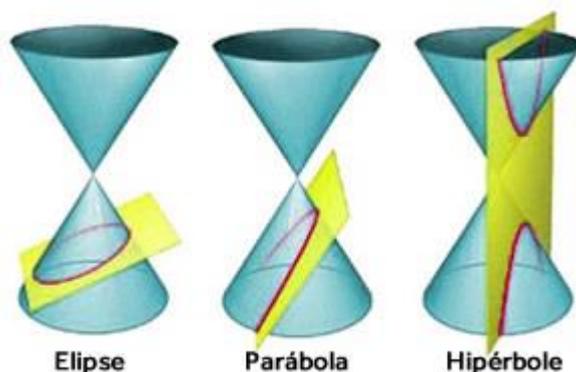


Figura 6: Obtenção das figuras a partir do corte do cone com folha dupla
Fonte: <https://www.somatematica.com.br/emedio/conicas/conicas.php>

Beremiz, como sempre, surpreendeu e encheu de orgulho todos os filhos e eu, seu grande amigo e admirador pela inteligência.

Beremiz então, finalizando seu sermão para os filhos, declarando:

– O grande prêmio que posso deixar a vocês, meus filhos, é que juntos vocês conseguirão passar por qualquer obstáculo! Proporcionei este desafio para que vocês chegassem juntos até o poço e voltassem juntos para casa! E como sinto meus dias finais se aproximarem, gostaria de declarar que tudo o que tenho e que conquistei terá que ser dividido entre vocês três e, assim, todos deverão ter as mesmas responsabilidades e terão o mesmo poder de escolha!

¹⁹ Geômetra grego do século III a.C.

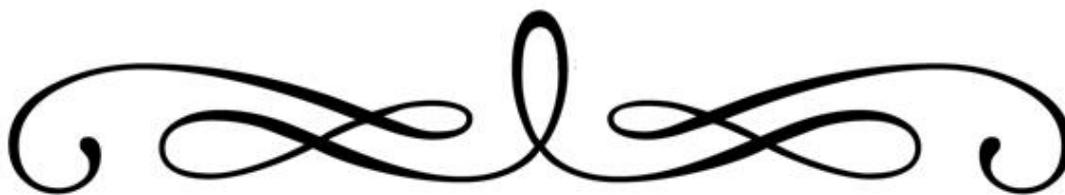
Depois dessa bela lição, Beremiz e seus descendentes entraram para o palácio ao encontro de Telassim e eu continuei lá fora, observando o céu estrelado e agradecendo à Deus pela chance de conhecer uma família tão única e especial.

Referências:

Lopes, J. F. **Cônicas e Aplicações**. Dissertação (mestrado). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2001. Disponível em:
<https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91061/lopes_jf_me_rcla.pdf?sequence=1>

Silva, A. A.; SANTOS, M. A. S. As Cônicas de Apolônio. **Anais do ENEM**. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em:
<http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5062_3970_ID.pdf>

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. São Paulo: Editora Record, 2001.



CAPÍTULO XLV

A BREVE DESPEDIDA E A ESPERANÇA DO REENCONTRO

Felipe Fischernes Dias

Bruno Barbosa de Oliveira

A família se une. Beremiz muda seu nome. A razão entre os nomes. A viúva, o azeite e o vilarejo. O encontro de Beremiz com a fonte do Cálculo.

Os anos se passaram como areia entre os dedos, após aquela maravilhosa jornada ao lado de Beremiz. Apesar de nossos encontros terem se tornado um pouco menos frequentes, nunca perdemos o contato. Nossa família – após alguns anos do casamento e conversão de Beremiz, conheci Aisha, irmã de Telassim, e a paixão derramou-se sobre nós – sempre realizava festas, principalmente na Páscoa e no Natal, para celebrarmos o nascimento, morte e ressurreição de nosso Senhor e Salvador Jesus Cristo.

Alguns anos após sua conversão, Beremiz mudou seu nome de Beremiz Samir para Beremiz-Xhaifohb Samir-Beceihhl, e quando lhe perguntei o motivo, ele me explicou com aquele velho sorriso no rosto:

– Meu querido irmão, em minha velha terra há uma tradição de que cada um tem o direito de alterar o seu nome uma vez na vida, caso passe por alguma experiência que considere como um novo nascimento. Não sei se essa tradição se origina com o verdadeiro significado do novo nascimento cristão, em um passado distante, mas o que sei é que essa tradição permanece em vigor. Após meu batismo, numa noite percebi que minha transformação fora completa, com a exceção de meu nome, e de forma misteriosa este nome me surgiu na mente. Na antiga língua de meus antepassados, Xhaifohb significa “Renascido” e Beceihhl significa “Iluminado”. Quando não, para minha surpresa, me dei conta de outra inexplicável razão entre tais nomes: escritas as letras por seus respectivos números, Beremiz-Xhaifohb seria 2.517.512.923-253.598.811, que totaliza 2.263.914.112, e Samir-Beceihhl seria 18.112.917-2.281.961.492, que totaliza -2.263.848.575. Somados

ambos os números, encontramos um número que me é muito belo ao fim de uma singela sequência de números primos: 65.537. Não tive dúvidas então de que tal nome era de uma beleza ímpar e, portanto, decidi assim fazê-lo.

Hoje faz cinco anos que Beremiz foi levado para os salões celestes de Nosso Senhor, onde as proporções são perfeitas e as possibilidades de contas são infinitas e maravilhosas. Me lembro que nos últimos anos de sua vida, ele se debruçara com afincos para compreender os mistérios da Revelação divina, fazendo anotações das mais diversas gematrias hebraicas e contemplando a repetição de certos números ao longo de toda a Escritura. Me recordo que, após alguns meses sem vê-lo, viajando a negócios, voltei com alguns presentes, alegre em rever meu velho e sábio amigo e irmão. Quando lhe entreguei um dos presentes – um jarro de azeite produzido em Khali, cidade próxima à cidade natal de Beremiz – ele permaneceu por alguns instantes meditando, quando por fim me disse:

– Meu caro Hank, você se lembra do relato do milagre da multiplicação do azeite, realizado pelo profeta Eliseu?

– Certamente meu irmão. Certa vez comentamos sobre a beleza da multiplicação divina, que é capaz de abrir as fontes do infinito para que algo seja produzido de forma ilimitada e incontável.

– Pois bem. Não muito tempo atrás encontrei-me com um velho homem que me contou algo interessante. Disse ele que em sua terra, próxima da região de Sarepta, onde ocorreu o milagre, havia uma história interessante e que muito me intrigou. Conta ele que, após ter recebido dos céus uma grande quantidade de azeite, uma viúva, então, consumia, de forma controlada, a mesma quantidade de azeite todos os dias, até seu último dia na terra, quando finalmente foi também consumida a última gota de azeite. Seus dias após o milagre foram contados como sendo 3.969, e seu consumo de azeite, admirado por muitos pela seriedade com que ela calculava e fazia uso dele, era de exato $\frac{1}{2}$ him, sendo o him equivalente a 6,2 litros em nossos dias. Conta, também, a história que inicialmente ela possuía 703 efas de azeite, sendo o efa equivalente a 37 litros em nossos dias.



Figura 1: A viúva de Sarepta e seu estoque de azeite
Fonte: <https://www.goodsalt.com/details/stdas0460.html>

– Após tantos anos e as pessoas ainda sustentam essa história?

– De fato, algo curioso. Conta-se que esse milagre é um fundamento cultural daquele vilarejo, e que os habitantes daquela vila creem que, enquanto mantiverem de forma pura o relato do milagre, sua vila continuará protegida por Deus. E foi justamente por isso que o velho homem veio até mim: a tribo estava sendo dizimada por uma forte seca, como nunca havia sido visto, e que ele sonhara comigo, botijas de azeite e uma rica chuva sobre o vilarejo. Após algumas boas tragadas em meu velho cachimbo, confessei ao velho homem que aquelas contas eram um disparate. Mas como eu poderia saber qual daqueles dados estavam errados? Ou se algum deles estava realmente certo? Foi então que ao ouvir a batida de meu velho relógio indicando que já era 19 horas, como um raio percebi aonde estava o erro. Em algum momento da tradição, os dias de vida da mulher tiveram um dígito trocado: ao invés de 3.969 eram 6.939, totalizando exatos 19 anos de vida! Exatamente a quantidade de azeite que ela tinha para consumir $\frac{1}{2}$ him por dia, observando que, dentro deste período, temos 4 anos bissextos, ou seja, anos de 366 dias. Por fim o velho homem me agradeceu e voltou até o vilarejo para lhes contar as boas novas.

– Que alegria deve ter sido para eles quando receberam a notícia!

– E realmente foi. Por providência divina o vilarejo foi restaurado, chuvas copiosas foram derramadas sobre suas plantações e o verde voltou a aparecer nas paisagens daquele povoado.

O velho Beremiz deu um belo sorriso e então voltou a tragar seu velho cachimbo. Me recordo com muitas saudades deste meu velho amigo e espero, em breve, encontrá-lo

como no início de nossa amizade: sentado na beira de uma estrada, desta vez dourada, contando alguns milhares de alguma coisa que somente Deus conhece o número. Após tantos anos, fui contagiado por aquela mania de contemplar as quantidades e as relações entre tudo na criação, ainda que sem a habilidade de meu querido amigo, apenas pudesse contemplar com um sentimento interior de uma beleza oculta que meus olhos não haviam sido abençoados para me aprofundar.

Muitas outras histórias eu teria para vos relatar sobre as proezas e ensinamentos que Beremiz realizou, mas desconfio que assim como o Apóstolo amado escreveu sobre o Senhor Jesus Cristo, também neste caso não caberia neste mundo a quantidade de livros a serem escritos sobre todos eles.

Referências:

Bíblia Sagrada, livro de 2 Reis, cap. 4, disponível em <https://www.bibliaonline.com.br/acf/2rs/4>, acessado em 13/08/2018.

The Classic BibleArtCollection, disponível em <https://www.goodsalt.com/details/stdas0460.html>, acessado em 13/08/2018.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 2001.



CAPÍTULO XLVI

MALBA TAHAN: O CALCULISTA BRASILEIRO

Prof.^a Dr.^a Virgínia Cardia Cardoso

A verdadeira identidade de Malba Tahan. Mais de uma centena de obras. O movimento do escolanovismo. Como a vida de Beremiz ajuda a mudar a Matemática no Brasil. O Dia Nacional da Matemática.

Podemos dizer que Malba Tahan foi um grande divulgador matemático brasileiro. Vamos esclarecer isso: Malba Tahan é, na verdade, um dos pseudônimos de Júlio César de Mello e Souza – um professor de Matemática brasileiro! Nascido no Rio de Janeiro, em 6 de maio de 1895, Júlio César passou sua infância em Queluz, cidade do estado de São Paulo, na divisa com o Rio de Janeiro. Trabalhou como redator e colaborador de jornais cariocas e depois como professor de Matemática em várias escolas, entre elas o famoso Colégio Pedro II (Rio de Janeiro, RJ).

Souza escreveu vários livros didáticos de Matemática, livros de histórias para crianças, poemas, artigos de jornal e foi redator de jornais e revistas voltadas ao ensino de Matemática. Daí ser um grande divulgador desta Ciência. Foi, também, um dos protagonistas de um importante movimento educacional, iniciado na década de 1930, cujos reflexos são visíveis até hoje. Nunca visitou países árabes, mas viajou para várias regiões do Brasil dando palestras para professores, assim como para Montevideu (Uruguai), Buenos Aires (Argentina) e Lisboa (Portugal). Faleceu em uma dessas viagens, em Recife, no dia 18 de junho de 1974.

Usava pseudônimos estrangeiros para chamar mais atenção e fazer mais sucesso em suas publicações. Teve vários deles, sendo o mais famoso “Malba Tahan” que quer dizer “Moleiro de Malba”. Malba é nome de um oásis e Tahan ele tirou do sobrenome de uma aluna, descendente de árabes.

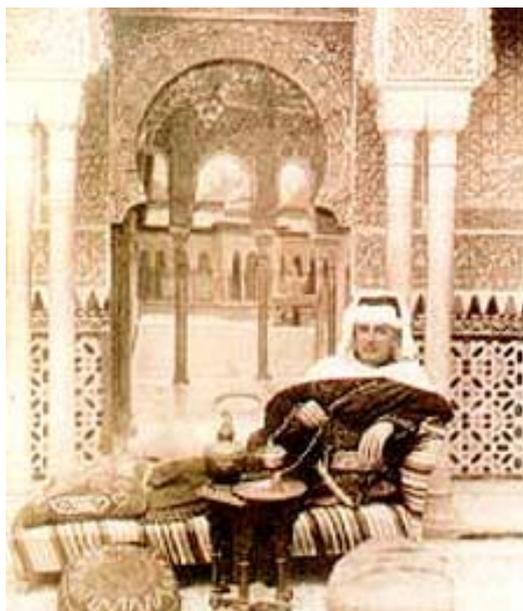


Figura 1: Júlio César de Mello e Souza, em cenário e caracterizado como Malba Tahan.

Fonte: http://www.esdc.com.br/NH/NH_curso_malba.htm

Souza não foi exatamente um matemático, isto é, não realizou pesquisas em Matemática, mas se destacou como um educador. No que diz respeito a história, podemos dizer que ele é um precursor da Educação Matemática no Brasil. Ele é, e sempre será, lembrado por ter escrito um dos livros mais famosos e importantes para o ensino de Matemática: *O Homem que Calculava*.

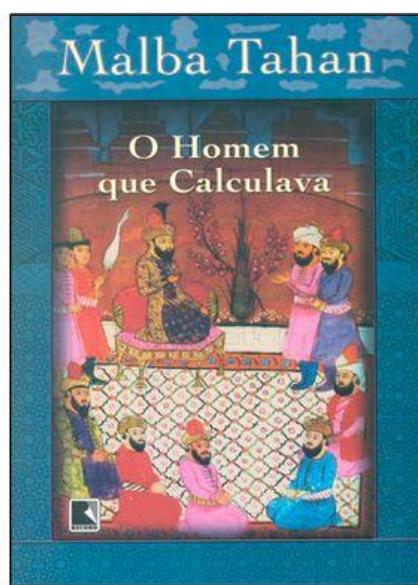


Figura 2: Capa do livro *O Homem que Calculava*. Rio de Janeiro: Ed. Record, 2001.

Fonte: <https://www.fnac.com.br/o-homem-que-calculava/p>

Souza teve uma vida muito interessante. Ele mesmo poderia ter sido um personagem de suas histórias. Sua vida é contada em peças teatrais, assim como suas obras.

Quando menino, Souza se destacava na escola por saber escrever bem. Vendia redações e outros trabalhos escolares para seus colegas em troca de chocolates. Além dos chocolates, ele tinha paixão por sapos. Colecionou sapos vivos, chegando a até 50 deles. Quando sua mãe se desfez de seus sapos, ele passou a se dedicar aos seus estudos. Seu pai fazia gosto de que ele tivesse seguido a carreira militar, assim como seu irmão mais velho, mas ele preferiu cursar a Escola Normal do Distrito Federal (Rio de Janeiro, RJ), onde se formou professor de 1ª a 4ª séries²⁰ e, depois, cursou engenharia civil na Escola Politécnica. Já adulto, passou a colecionar sapos de cerâmica, gesso, madeira, etc....

Não era rico e precisou trabalhar cedo. Seu primeiro emprego foi como redator no jornal carioca *O Imparcial*, onde ocorreu um incidente que o fez adotar pseudônimos em seus textos. Ele chegou a escrever cinco contos, mas seu editor os recusava sem nem ao menos os ler. Como nos contou o Prof. André Pereira Neto, no Prefácio, certa vez Souza pegou um conto desprezado por seu editor e o assinou por um pseudônimo – R. S. Slater – dizendo que ele estava traduzindo um conto de um famoso escritor norte americano. O editor acreditou na história. Adorou o conto e o publicou na primeira página do jornal da manhã seguinte.

Dáí Souza chegou à triste conclusão de que o segredo não está em escrever bem, mas sim em assinar com um pseudônimo estrangeiro. Como ele mesmo dizia: o brasileiro não valoriza a própria cultura. Desde então, ele passou a adotar nomes estrangeiros em seus artigos, cada vez mais elogiados. Mais tarde, chegou a publicar no jornal *A Noite* (RJ), já com o pseudônimo Malba Tahan, *Mil Histórias sem Fim* (contos de histórias árabes).

Depois de graduado, Souza se dedicou a ensinar Matemática. Lecionou em todos os tipos de escolas, das de 1º grau²¹, às técnicas e na Escola Nacional de Belas Artes (no curso de arquitetura) da Universidade do Brasil²². Chegou a ser membro da Academia Carioca de Letras. Seus contos árabes ficaram tão famosos que ele foi condecorado pelo governo da Síria. No Brasil, ganhou do Presidente Getúlio Vargas a autorização de incluir o pseudônimo Malba Tahan em sua carteira de identidade.

No Colégio Pedro II, Souza se destacou como um dos professores de melhor didática e conheceu colegas que tinham contato com ideais educacionais renovadores. Formava, com Euclides Roxo e Cecil Thiré, um grupo de professores que se destacou como autores de livros didáticos progressistas para os padrões educacionais da época. Por conta

²⁰ Atualmente, anos iniciais do Ensino Fundamental.

²¹ Atualmente, Ensino Fundamental.

²² Atualmente, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

disso, divulgava suas ideias pedagógicas em cursos e palestras para professores de Matemática de todo o Brasil.

O Colégio Pedro II sempre se destacou na Educação brasileira por representar a posição de vanguarda. No início do século XX, o Prof. Eugênio Raja Gabaglia – professor do Pedro II – participou do 1º Movimento de Modernização do Ensino de Matemática lançado em 1908, em Roma, por Félix Klein. Na década de 1930 os ideais deste movimento se fundiram às ideias de outro movimento educacional – o da Escola Nova –, trazido para o Brasil por Anísio Teixeira (discípulo de Dewey) e acolhido por intelectuais como Monteiro Lobato, Cecília Meireles e pelo grupo de professores do Pedro II já citado.

O Movimento da Escola Nova – baseado nas ideias do filósofo norte americano J. Dewey – passou a ser divulgado mundo afora por seus discípulos. Anísio Teixeira foi um importante intelectual brasileiro que teve contato com esses ideais, trazendo-os para o Brasil a fim de reformular as diretrizes educacionais federais, o que ocorreu na Reforma Campos (o ministro da educação, na época, era Francisco Campos). O “escolanovismo” apregoa que a criança aprende a partir do trabalho manual, da pesquisa e da experimentação. O conhecimento, para ser aprendido deve ser contextualizado, ora historicamente, ora cotidianamente. A criança deve se sentir desafiada, motivada, incentivada a aprender.

O “ensino usual” da época era o ensino catequético, que se compunha em contemplar, decorar, repetir e treinar a memória. O comportamento disciplinar, a hierarquia, a distância e a frieza na relação entre professor e aluno eram as normas vigentes na escola de então. O aluno, para aprender, tinha que ser obediente às regras, prestar atenção na explicação do professor e repetir, na prova, o que foi apresentado em aula. O foco do processo, a fonte do conhecimento, era o professor.

O Movimento da Escola Nova pregava valores e práticas docentes completamente diferentes do cenário descrito acima, invertendo toda a ordem estabelecida, para colocar o foco no aluno. A premissa, nesta proposta, é que o aluno só aprende ativamente. O aluno deve fazer, experimentar, tentar, errar, conhecer as origens e desenvolvimentos para aprender.

Os representantes deste movimento no Brasil, para o ensino de Matemática, foram Euclides Roxo, Cecil Thiré e Júlio César de Mello e Souza. Os três já eram escritores de livros didáticos consagrados e, aos poucos, foram introduzindo em seus livros a novas diretrizes. Souza obteve fama, não só pelos livros didáticos que escrevia, mas também por outros tipos de publicações: livros voltados ao professor de matemática (*Didática da*

Matemática; A Arte de Ser um Perfeito Mau Professor), as revistas de divulgação (*Lilavati* e *Al-Karismi*), os artigos de Jornal (nos quais responde a críticas de seus opositores), os livros de histórias para crianças (*Maktub!*; *Salim o Mágico...*) e, os mais conhecidos, os livros de divulgação da Matemática (*O Homem que Calculava*, *Matemática Divertida e Curiosa*, *As Maravilhas da Matemática*) que são considerados livros de recreação. Até hoje em dia seus livros são publicados, a maioria pela Ed. Record (RJ).

Sua obra é muito extensa, com mais de cem publicações, entre eles, os livros:

- *O Homem que Calculava* (obra recreativa, traduzida para várias línguas);
- *A Sombra do Arco Íris* (novela);
- *Céu de Allah* (contos orientais);
- *Salim, o Mágico* (romance);
- *Maktub* (lendas orientais);
- *O Mistério do Mackenzista* (romance policial);
- *A Arte de Ler e Contar Histórias* (obra didática);
- *Numerologia* (estudo do número);
- *Paca, Tatu* (contos infantis);
- *Mistificações Literárias* (literatura);
- *Romance do Filho Pródigo* (romance);
- *A Arte de ser um Perfeito Mau Professor* (obra didática);
- *O Mundo Precisa de Ti, Professor!* (obra didática);
- *Lendas do Céu a Terra* (lendas cristãs);
- *Antologia da Matemática* (obra recreativa);
- *Sob o Olhar de Deus* (romance espírita);
- *Didática da Matemática* (obra didática);
- *As Maravilhas da Matemática* (obra recreativa);
- *Matemática Divertida e Curiosa* (obra recreativa); etc....

Publicou, como editor, em meados da década de 1940, duas revistas que, infelizmente, tiveram vida curta: *Lilavati* e *Al-Karismi*. Provavelmente, estas foram as primeiras revistas voltadas para professores de Matemática da América Latina.

Em suas obras didáticas e recreativas relacionadas à Matemática, Lorenzato (1995) indica as principais características:

- apelar para a fantasia, mas não se alienar da realidade;
- introduzir pensamentos, ditados e aforismos relacionados ao conteúdo;
- colocar títulos em livros e capítulos que chamavam à atenção.

Nas palestras aos professores, Souza falava sobre um “método eclético com o caderno controlado” que, de acordo com Lorenzato (1995), é um método que considera tudo o que existia de bom em diversos métodos didáticos e no qual o aluno deveria ser

avaliado pelo caderno. O caderno deveria conter um resumo de cada aula, com pesquisas e deveria ser o mais organizado possível.

Souza se dedicava a destruir os mitos de que a Matemática é difícil e só acessível aos gênios. Na época, insistia em que os alunos deveriam aprender com jogos, resolução de problemas, História da Matemática, aplicações da Matemática, descobertas, raciocínio heurístico, laboratório de ensino da Matemática. Mesclava, em seus cursos, assuntos bem fáceis com difíceis, mas estes eram apresentados de forma tão agradável, que a dificuldade nem era sentida.

De tudo o que já falamos, reconhecemos que Souza era uma pessoa notável. Entretanto, uma pessoa não entra para a história de uma ciência somente porque ela escreve de forma agradável ou é um professor extremamente dedicado e com muita didática. O grande feito de Souza foi o de divulgar, por todo o Brasil, ideias precursoras da Educação Matemática, que hoje nos parecem muito óbvias e comuns, mas na época eram vistas como inovações bastante extravagantes na Educação – eram ideias transgressoras. O que mais importa é que, graças a Malba Tahan, ou melhor, a Júlio César de Mello e Souza, as novas ideias acerca do ensino de Matemática começaram a circular e a serem discutidas no Brasil, e repercutem até hoje.

Um movimento educacional mais recente, desencadeado por teorias pedagógicas construtivistas a partir da década de 1980, retoma várias das ideias de Souza, como: uso dos jogos e de outras recreações no ensino, resolução de problemas, aplicações da Matemática e a História da Matemática como recurso didático. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) vemos sugestões similares às dadas por Malba Tahan, em suas obras didáticas. Além disso, ele se tornou uma fonte de inspiração quase infinita para atividades pedagógicas relacionadas ao ensino de Matemática. Uma forma de encontrada por muitos professores é levar Malba Tahan para o teatro, com peças encenadas sobre as obras de recreação ou sobre a vida do próprio Souza. Há, ainda, a proposta de resolução de problemas matemáticos no estilo de Beremiz Samir, a escrita de história em quadrinhos ou outras formas de linguagem para a obra de Malba Tahan.

Mais uma possibilidade de aproveitar a criatividade de Souza no ensino de Matemática foi apresentada neste livro: os alunos da disciplina Prática de Ensino de Matemática I da UFABC imaginaram novas aventuras para *O Homem que Calculava*, dando continuidade ao livro já escrito, usando os mesmos personagens criados por Malba Tahan, mas com novas aventuras e novos problemas matemáticos. Apesar das dificuldades sentidas no início da tarefa, o desafio foi enfrentado com entusiasmo pela turma de alunos

da disciplina. Foi uma experiência bastante rica para a formação de professores de Matemática, pois foram trabalhados não só os aspectos interdisciplinares, relacionados à História, Geografia, Cultura Árabe, Português e, claro, Matemática, como também fez com que os graduandos exercitassem a imaginação para criar ou adaptar algum problema matemático que pudesse ser resolvido por alunos do ensino médio e que fizesse sentido no contexto da história de Beremiz. O resultado foi apresentado aqui, nos onze primeiros capítulos e, independente do juízo do leitor, foi considerado pelos alunos-autores e pela professora da disciplina uma experiência bastante válida e marcante para a formação de professores.

Com tantas contribuições importantes para a Educação e, mais particularmente, para o ensino e para a divulgação de uma disciplina que é considerada difícil para a maioria das pessoas, nada mais justo que comemorarmos o **DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA** (instituído pela Lei nº 12.835, de 26 de junho de 2013, autoria da Deputada Raquel Teixeira), como o dia **6 de maio**, data do aniversário de nascimento do Prof. Júlio César de Mello e Souza, o nosso querido **Malba Tahan**.

Referências:

CARDOSO, V. C. **Dia da Matemática** (mimeo). São Paulo: UNIB, 2005.

_____. **A Matemática do Homem que Calculava** (mimeo). São Paulo: FATEMA, 2004.

DALCIN, A. **Influências do Primeiro Movimento Internacional de Modernização do Ensino da Matemática e do Movimento Escola Nova nas Obras de Monteiro Lobato e Júlio César de Mello e Souza**. (mimeo). Campinas: FE – UNICAMP, 2001.

LORENZATO, S. Um (re) encontro com Malba Tahan. **Revista Zetetéque**, ano 3, nº 4. Campinas: FE – UNICAMP, 1995, pg. 95 a 102.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. Rio de Janeiro: Ed. Record, 1986.